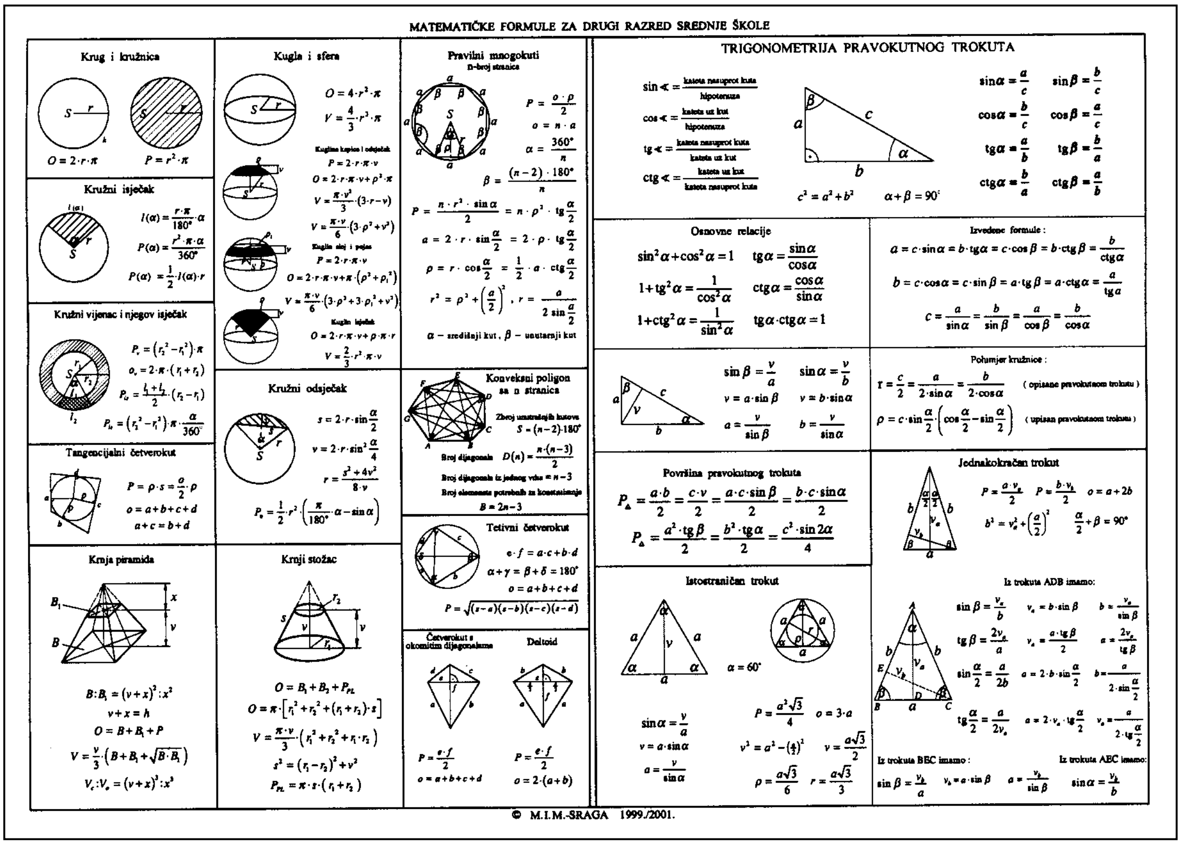
POTPUNO RIJEŠENI ZADACI

PRIRUČNIK ZA SAMOSTALNU PRIPREMU
PRIJEMNOG ISPITA
ZA

EKONOMSKI FAKULTET

2000. / 2001.g.



Zadatke riješila i grafički obradila * MLADEN SRAGA *

Na prijemnom ispitu 2000/2001. godine bilo je 160 zadataka dakle bilo je 8 različitih testova sa po 20 zadataka u svakom testu…

Ovdje smo odabrali nekih 24 zadataka da otprilike vidite kakvi su tipovi zadataka bili …

Ako vas zanimaju koji su bili ostali zadatci i kako se rješavaju javite se na: mim-sraga@zg.htnet.hr
Na www.mim-sraga.com bit će još riješenih zadataka sa prijemnih ispita.

45.) Za koju je realnu vrijednost parametra a, polinom $P(x) = x^4 - x^2 + ax + 2$ djeljiv polinomom $Q(x) = x + 2$?

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7

$P(x):Q(x) = ?$

$(x^4 - x^2 + ax + 2):(x+2) = x^3 - 2x^2 + 3x - 1(6-a)$

$-(-x^4 \pm 2x^3)$

$-2x^3 - x^2 + ax + 2$

$-(\mp 2x^3 \mp 4x^2)$

$3x^2 + ax + 2$

$-(-3x^2 \pm 6x)$

$-6x + ax + 2$ – sredimo ovaj izraz

$-x(6-a) + 2$

$-(\mp x(6-a) \mp 2(6-a)$

$2(6-a) + 2$ ostatak

Polinom $P(x)$ djeljiv je polinomom $Q(x)$, bez ostatka, rješenje dobijemo tako da naš dobiveni ostatak izjednačimo sa nulom.

$$2(6-a) + 2 = 0$$
$$12 - 2a + 2 = 0$$
$$14 - 2a = 0$$
$$-2a = -14 \qquad / :(-2)$$
$$a = 7$$

Odgovor pod brojem 4.

65.) Odredite $c \in R$ tako da se prilikom dijeljenja $(2x^3 + cx^2 + 4x + 1):(x-2)$ dobije ostatak 1.

1. -2 2. -4 3. -6 4. -8

$$(2x^3 + cx^2 + 4x + 1):(x-2) = 2x^2 + x(4+c) + 2(6+c)$$
$$-(-2x^3 \mp 4x^2)$$

$$4x^2 + cx^2 + 4x + 1$$

$$x^2(4+c) + 4x + 1$$
$$-[-x^2(4+c) \mp 2x(4+c)]$$

$$2x(4+c) + 4x + 1$$ → sredimo ovaj izraz:

$$2x(4+c) + 4x + 1 =$$
$$= 8x + 2xc + 4x + 1$$
$$= 12x + 2xc + 1$$
$$= 2x(6+c) + 1$$

$$2x(6+c) + 1$$
$$-[-2x(6+c) \mp 4(6+c)]$$

$$4(6+c) + 1$$ ostatak mora biti 1, zato pišemo:

$$4(6+c) + 1 = 1$$
$$4(6+c) = 1 - 1$$
$$4(6+c) = 0 \quad /:4$$
$$6 + c = 0$$
$$c = -6$$ Odgovor pod brojem 3.

66.) Zadani su kompleksni brojevi $z_1 = 1 - i,\ z_2 = 1 + 2i$. Izračunajte $z_1^3 - z_2^3$.

1. 7 2. 9 3. 11 4. 13

$z_1 = 1 - i$

$z_2 = 1 + 2i$

$z_1^3 - z_2^3 = ?$

$$z_1^3 = (1-i)^3 = 1^3 - 3\cdot 1^2 \cdot i + 3\cdot 1\cdot i^2 - i^3 =$$
$$= 1 - 3i - 3 - i^2 \cdot i = 1 - 3i - 3 + i = -2 - 2i$$

$$z_2^3 = (1+2i)^3 = 1^3 + 3\cdot 1^2 \cdot 2i + 3\cdot 1\cdot (2i)^2 + (2i)^3 =$$
$$= 1 + 6i + 3\cdot 4i^2 + 8i^3 =$$
$$= 1 + 6i - 12 + 8\cdot i^2 \cdot i =$$
$$= 1 + 6i - 12 - 8i =$$
$$= -11 - 2i$$

$$z_1^3 - z_2^3 = (-2-2i) - (-11-2i) =$$
$$= -2 - 2i + 11 + 2i =$$
$$= 9$$ Odgovor pod brojem 2

.

67.) Kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdje su a, b i c realni koeficijenti, ima maksimum u točki $M(-3, 7)$, a graf joj siječe os ordinatu u -29. Koeficijent a te funkcije iznosi:

1. -2 2. -3 3. -4 4. -5

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$M(-3, 7)$

$y = -29 \quad \Rightarrow \quad A(0, -29)$

$a = ?$

Funkcija ima maksimum $M(x_0, y_0)$ što znači da je $a < 0$.

$$\left.\begin{matrix} M(x_0, y_0) \\ M(-3, 7) \end{matrix}\right\} x_0 = -3, \quad y_0 = 7$$

$M(-3, 7) \downarrow \quad x = -3 \quad y = 7$

$A(0, -29) \downarrow \quad x = 0 \quad y = -29$

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \\ 7 &= a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c \\ -29 &= a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 &= 9a - 3b + c \\ -29 &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 &= 9a - 3b - 29 \\ 7 + 29 &= 9a - 3b \\ 9a - 3b &= 36 \quad /:3 \\ 3a - b &= 12 \\ -b &= -3a + 12 \quad /:(-1) \\ b &= 3a - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_0 &= -\frac{b}{2a} \\ -3 &= -\frac{3a - 12}{2a} \quad / \cdot 2a \\ -6a &= -(3a - 12) \quad /:(-1) \\ 6a &= 3a - 12 \\ 6a - 3a &= -12 \\ 3a &= -12 \quad /:3 \\ a &= -4 \end{aligned}$$

Odgovor pod brojem 3.

68.) Skup je svih realnih rješenja nejednadžbe $-3x^2+7\le-(x-3)^2-(x+3)^2$:

1. $[-5,5]$
2. $\langle-\infty,-5]\cup[5,+\infty\rangle$
3. $\langle-3,3\rangle\cup\langle\sqrt{7},+\infty\rangle$
4. $\langle-\infty,-\sqrt{7}\rangle\cup\langle\sqrt{7},+\infty\rangle$

$$-3x^2-7\le-(x-3)^2-(x+3)^2$$
$$-3x^2+7\le-(x^2-6x+9)-(x^2+6x+9)$$
$$-3x^2+7\le-x^2+6x-9-x^2-6x-9$$
$$-3x^2+x^2+x^2\le-9-9-7$$
$$-x^2\le-25 \quad |:(-1)$$
$$x^2\ge25$$
$$x^2-25\ge0$$
$$(x-5)(x+5)\ge0$$
$$x-5=0 \qquad x+5=0$$
$$x_1=5 \qquad x_2=-5$$

$$x\in\langle-\infty,-5]\cup[5,+\infty\rangle$$

Odgovor pod brojem 2.

69.) Ako je $f\left(\sqrt{x}-1\right)=16x-2\sqrt{x}-15$, tada je $f\left(x^2\right)$ jednako:

1. $-16x^4+30x^2-1$ 2. $16x^4+30x^2-1$ 3. $16x^4-30x^2-1$ 4. $16x^4+30x^2+1$

$$f\left(\sqrt{x}-1\right)=16x-2\sqrt{x}-15$$
$$\downarrow$$
$$\sqrt{x}-1=t$$
$$\sqrt{x}=t+1 \quad /^2$$
$$x=(t+1)^2$$

$$f(t)=16\cdot(t+1)^2-2\cdot\sqrt{(t+1)^2}-15$$
$$f(t)=16\cdot(t^2+2t+1)-2(t+1)-15$$
$$f(t)=16t^2+32t+16-2t-2-15$$
$$f(t)=16t^2+30t-1$$
$$\Downarrow$$
$$f(x)=16x^2+30x-1$$
$$f\left(x^2\right)=16\cdot\left(x^2\right)^2+30x^2-1$$
$$f\left(x^2\right)=16x^4+30x^2-1$$

Odgovor pod brojem 2.

70.) Ako je inverzna funkcija $f^{-1}(x)=\dfrac{3^x+21}{3}$, tada je $f(10)$ jednako:

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

$$f^{-1}(x)=\frac{3^x+21}{3}$$

$$y=\frac{3^x+21}{3} \qquad \Big/\cdot 3$$

$$3y=3^x+21$$

$$3y-21=3^3$$

$$3^x=3y-21 \quad /\log_3$$

$$\log_3 3^x=\log_3\left(3\cdot(y-7)\right)$$

$$x\cdot\log_3 3=\log_3 3+\log_3(y-7)$$

$$x\cdot 1=1+\log_3(y-7)$$

$$x=1+\log_3(y-7)$$

$$\Downarrow$$

$$y=1+\log_3(x-7)$$

$$f(x)=1+\log_3(x-7)$$

$$f(10)=1+\log_3(10-7)$$

$$f(10)=1+\log_3 3$$

$$f(10)=1+1$$

$$f(10)=2$$

71.) Riješite jednadžbu $\sqrt{5^{x^2-|x|}}\cdot\left(2\cdot 10^{-1}\right)^{|x|+1}=4\cdot 10^{-2}$.

1. $x\in\langle -2,2\rangle$ 2. $x\in\langle 1,2\rangle$ 3. $x\in\{-2,-1,1,2\}$ 4. nema rješenja

$$\sqrt{5^{x^2-|x|}}\cdot\left(2\cdot 10^{-1}\right)^{|x|+1}=4\cdot 10^{-2}$$

$$\sqrt{5^{x^2-|x|}}\cdot\left(\frac{2}{10}\right)^{|x|+1}=\frac{4}{100}$$

$$\left(5^{x^2-|x|}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{|x|+1}=\frac{1}{25}$$

$$5^{\frac{x^2-|x|}{2}}\cdot\left(5^{-1}\right)^{|x|+1}=\frac{1}{5^2}$$

$$5^{\frac{x^2-|x|}{2}}\cdot 5^{-|x|-1}=5^{-2}$$

$$5^{\frac{x^2-|x|}{2}+(-|x|-1)}=5^{-2}$$

$$\frac{x^2-|x|}{2}-|x|-1=-2 \quad /\cdot 2$$

$$x^2-|x|-2|x|-2=-4$$

$$x^2-3|x|-2+4=0$$

$$x^2-3|x|+2=0$$

Za $x<0$

$$x^2-3(-x)+2=0$$

$$x^2+3x+2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot 2}}{2}=\frac{-3\pm 1}{2}$$

$$x_1=\frac{-3+1}{2}=-1 \qquad x_2=\frac{-3-1}{2}=-2$$

Uvijet $x<0$

$x_1=-1$, $x_2=-2$

Za $x\geq 0$

$$x^2-3x+2=0$$

$$x_{3,4}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 1\cdot 2}}{2}=\frac{3\pm 1}{2}$$

$$x_3=\frac{3+1}{2}=2 \qquad x_4=\frac{3-1}{2}=1$$

Uvijet $x\geq 0$

$x_3=2$, $x_4=1$

Rješenje pod 3. $x\in\{-2,-1,1,2\}$

80.) Oko kružnice polumjera $r = 2$ cm opisan je pravokutni trokut. Ako je zbroj kateta jednak hipotenuzi, odredite hipotenuzu.

1. 2 cm 2. 4 cm 3. 8 cm 4. ne postoji takav trokut

$r = 2$ cm
$a + b = c$

$c = ?$

Odmah možemo odgovoriti da ne postoji takav trokut jer zbroj kateta mora biti veći od hipotenuze ili općenito:

Trokut sa stranicama a, b, c postoji ako i samo ako je $a + b > c$ i $a + c > b$ i $b + c > a$. Svaka se od tih nejednakosti naziva nejednakošću trokuta.

81.) Roba B je za 500 kn skuplja od robe A, a roba C 20% skuplja od robe B. Ako se sve tri robe mogu kupiti za 7500 kn, tada je prodajna cijena robe B jednaka:

1. 2000 kn 2. 2500 kn 3. 3000 kn 4. 3500 kn

$B = A + 500$ kn

$$C = B + 20\%B = B + \frac{20}{100}B = B + 0,2B = 1,2B = 1,2\left(A + 500\right)$$

$A + B + C = 7500$ kn

$B = ?$

$$A + B + C = 7500$$
$$A + \left(A + 500\right) + 1,2\left(A + 500\right) = 7500$$
$$A + A + 500 + 1,2A + 600 = 7500$$
$$3,2A = 7500 - 500 - 600$$
$$3,2A = 6400 \quad / :3,2$$
$$A = 2000$$
$$A = 2000 \text{ kn}$$

$$B = A + 500$$
$$B = 2000 + 500$$
$$B = 2500 \text{ kn}$$

Odgovor pod brojem 2.

82.) Izračunajte $\dfrac{\left\{\left[2(a-b)^2\right]^2\right\}^6+\left\{\left[2(a-b)^4\right]^2\right\}^3}{65}$ za $a=4$, $b=2$.

1. 2^{22} 2. 2^{24} 3. 2^{28} 4. 2^{30}

$a=4$ $b=2$

$$\frac{\left\{\left[2(a-b)^2\right]^2\right\}^6+\left\{\left[2(a-b)^4\right]^2\right\}^3}{65}=\frac{\left\{\left[2(4-2)^2\right]^2\right\}^6+\left\{\left[2(4-2)^4\right]^2\right\}^3}{65}=$$

$$=\frac{\left[\left(2\cdot2^2\right)^2\right]^6+\left[\left(2\cdot2^4\right)^2\right\}^3}{65}=$$

$$=\frac{\left[\left(2^3\right)^2\right]^6+\left[\left(2^5\right)^2\right]^3}{65}=$$

$$=\frac{\left(2^6\right)^6+\left(2^{10}\right)^3}{65}=$$

$$=\frac{2^{36}+2^{30}}{65}=$$

$$=\frac{2^{30+6}+2^{30}}{65}=$$

$$=\frac{2^{30}\cdot2^6+2^{30}}{65}=$$

$$=\frac{64\cdot2^{30}+2^{30}}{65}$$

$$=\frac{2^{30}(64+1)}{65}=$$

$$=\frac{65\cdot2^{30}}{65}=$$

$$=2^{30}$$

Odgovor pod brojem 4.

83.) Pravac p_1 prolazi točkama $T_1(-1,3)$ i $T_2(-2,7)$. Odsječak na osi y pravca p_2 koji prolazi kroz polovište dužine T_1T_2 i okomit je na pravac p_1 jednak je:

1. $\frac{41}{8}$ 2. $\frac{43}{8}$ 3. $\frac{45}{8}$ 4. $\frac{47}{8}$

$p_1 \perp p_2$

---

b (odsječak na y osi pravca p_2) = ?

a) Prvo, izračunajmo koeficijent smjera a_1 pravca p

$T_1(-1,3)$ i $T_2(-2,7)$

$x_1 = -1$ $x_2 = -2$

$y_1 = 3$ $y_2 = 7$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-3}{-2-(-1)} = \frac{4}{-2+1} = \frac{4}{-1} = -4$$

b) Uvjet okomitosti pravca:

$p_1 \perp p_2$ ako je $a_2 = -\frac{1}{a_1}$

znači da pravac p_2 ima koeficijent smjera a_2 : $a_2 = -\frac{1}{-4} = \frac{1}{4}$

c) Pravac p_2 prolazi kroz polovište dužine T_1T_2, zato nađimo to polovište koje ima koordinate $P(x_p, y_p)$

$T_1(-1,3)$ $T_2(-2,7)$

$x_1 = -1$ $x_2 = -2$

$y_1 = 3$ $y_2 = 7$

$$x_p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+(-2)}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$y_p = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Koordinate polovišta dužine T_1T_2: $P\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$

d) Nađimo jednadžbu pravca p_2:

$P\left(-\frac{3}{2},5\right)$ $a_2=\frac{1}{4}$

$x_1=-\frac{3}{2}$, $y_1=5$

$$y-y_1=a_2\left(x-x_1\right)$$

$$y-5=\frac{1}{4}\left(x-\left(-\frac{3}{2}\right)\right)$$

$$y-5=\frac{1}{4}\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

$$y-5=\frac{1}{4}x+\frac{3}{8}$$

$$y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{8}+5$$

$$y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{8}+\frac{40}{8}$$

$$y=\frac{1}{4}x+\frac{43}{8}$$

eksplicitni oblik jednadžbe pravca

e) Podsjetimo se općeg zapisa eksplicitnog oblika jednadžbe pravca:

$\mathrm{y}=ax+b$ $\rightarrow$ odsječak na y osi

$\downarrow$

koeficijent

smjera

$$y=\frac{1}{4}x+\frac{43}{8}$$

$$b=\frac{43}{8}$$

Odgovor pod brojem 2.

85.) Odredite $b \in R$ za koji je polinom $P(x) = bx^3 - 3x^2 + 4x + 1$ djeljiv binomom $R(x) = x - 1$.

1. -1 2. -2 3. -3 4. -4

$b = R$
$P(x) : R(x) =$

$b = ?$

$$\left(bx^3 - 3x^2 + 4x + 1 \right) : (x-1) = bx^2 + x(b-3) + b + 1$$
$$-\left(\pm bx^3 \mp bx^2\right)$$

$$bx^2 - 3x^2 + 4x + 1 \quad \rightarrow \text{ sredimo ovaj izraz}$$

$$x^2(b-3) + 4x + 1$$
$$-\left[\pm x^2(b-3)\right] \mp x(b-3)\Big]$$

$$x(b-3) + 4x + 1 \quad \rightarrow \text{ sredimo}$$

$$x(b+1) + 1$$
$$-\left[\pm x(b+1) \mp (b+1)\right]$$

$$b + 1 + 1$$

$$x(b-3) + 4x + 1 =$$
$$= bx - 3x + 4x + 1 =$$
$$= bx + x + 1$$
$$= x(b+1) + 1$$

Polinom $P(x)$ djeljiv je polinomom $Q(x)$ bez ostatka, rješenje dobijemo tako da naš dobiveni ostatak izjednačimo sa nulom.

$$b + 1 + 1 = 0$$
$$b + 2 = 0$$
$$b = -2$$

Odgovor pod brojem 2.

86.) Izračunajte $2^{-50}\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right)^{50}$, ako je $i=\sqrt{-1}$.

1. -1 2. 1 3. $-i$ 4. i

$$
\begin{aligned}
2^{-50}\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right)^{50} &= 2^{-50}\left[\sqrt{2}\left(1+i\right)\right]^{50} = \\
&= 2^{-50}\cdot\left(\sqrt{2}\right)^{50}\cdot\left(1+i\right)^{50} = \\
&= 2^{-50}\cdot\left[\left(\sqrt{2}\right)^{2}\right]^{25}\left[\left(1+i\right)^{2}\right]^{25} \\
&= 2^{-50}\cdot 2^{25}\left(1+2i+i^{2}\right)^{25} \\
&= 2^{-50+25}\left(1+2i-1\right)^{25} \\
&= 2^{-25}\cdot\left(2i\right)^{25} \\
&= 2^{-25}\cdot 2^{25}\cdot i^{25} \\
&= 2^{-25+25}\cdot i^{4\cdot 6+1} \\
&= 2^{0}\cdot i \\
&= 1\cdot i \\
&= i
\end{aligned}
$$

$$i^{4k+1}=i$$

Odgovor pod brojem 4.

87.) Odredite koeficijent $b \in R$ kvadratne funkcije $f(x) = x^2 + bx + c$ ako graf te funkcije dira os x u točki $T(1,0)$.

1. -2 2. -1 3. 0 4. 1

$b \in R$
$f(x) = x^2 + bx + c$
$T(1,0)$ $-$ graf funkcije dira os x u točki $T \Rightarrow D = 0$
$x_1 = 1$

$b = ?$

Ako je, $D = 0$, znači da imamo dvostruko realno rješenje tj. $x_1 = x_2$

$f(x) = x^2 + bx + c$

$a = 1 \quad b = b \quad c = c$

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$
$$x_0 = \frac{1+1}{2}$$
$$x_0 = \frac{2}{2}$$
$$x_0 = 1$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$
$$1 = \frac{-b}{2 \cdot 1}$$
$$1 = \frac{-b}{2} \Big/ \cdot 2$$
$$2 = -b \big/ \cdot (-1)$$
$$b = -2$$

Odgovor pod brojem 1.

90.) Inverzna je funkcija funkcije $f(x) = -\frac{2x-3}{4-3x}$.

1. $f^{-1}(x) = \frac{3-4x}{2+3x}$
2. $f^{-1}(x) = \frac{3-4x}{2-3x}$
3. $f^{-1}(x) = \frac{3+4x}{2+3x}$
4. $f^{-1}(x) = \frac{3+4x}{2-3x}$

$$f(x) = -\frac{2x-3}{4-3x}$$

$y = f(x)$ $\rightarrow$ jednadžbu $y = f(x)$ riješimo po nepoznanici x

$$y = -\frac{2x-3}{4-3x} \qquad / \cdot (4-3x)$$

$$y(4-3x) = -(2x-3)$$

$$4y - 3xy = -2x + 3$$

$$-3xy + 2x = 3 - 4y$$

$$x(2-3y) = 3-4y \qquad / :(2-3y)$$

$$x = \frac{3-4y}{2-3y}$$

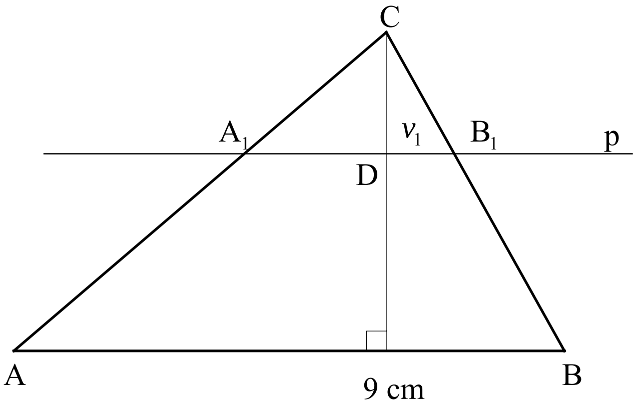
$$-x = f^{-1}(y), \qquad y = \frac{3-4x}{2-3x}$$

$$-y = f^{-1}(x), \qquad f^{-1}(x) = \frac{3-4x}{2-3x}$$

Odgovor pod brojem 2.

98.) Stranica AB trokuta ABC duga je 9 cm. Stranice AC i BC tog trokuta čine na pravcu p paralelnom sa stranicom AB odsječak duljine 3 cm. Ako je visina trokuta ABC iz vrha C duga 9 cm, kolika je udaljenost pravca p od stranice AB?

1. 3 cm   2. 6 cm   3. 9 cm   4. 10 cm



$v = 9$ cm
$c = \overline{AB} = 9$ cm
$\overline{A_1B_1} = 3$ cm

Trokuti ABC i A_1B_1C su slični pa vrijedi·

$$k = \frac{\overline{A_1B_1}}{AB}$$

$$k = \frac{3}{9} \qquad k = \frac{v_1}{v}$$

$$k = \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} = \frac{v_1}{9} \quad / \cdot 9$$

$$\frac{9}{3} = v_1$$

$$v_1 = 3$$

Udaljenost pravca p od $\overline{AB} = v - v_1 = 9 - 3 = 6$
Odgovor pod brojem 2.

M.I.M-Sraga centar za poduku
mim-sraga@zg.htnet.hr
tel-01-4578-431
www.mim-sraga.com

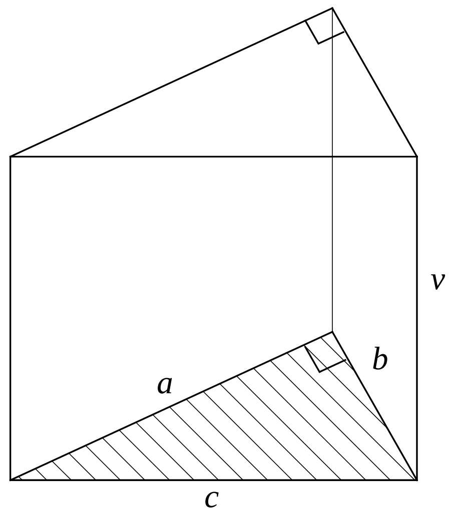
99.) Baza je uspravne prizme pravokutni trokut s katetama duljine 3 cm i 4 cm. Pobočka nad hipotenuzom ima površinu 100 cm^2. Koliki je volumen prizme?

1. 80 cm^3 2. 120 cm^3 3. 240 cm^3 4. 500 cm^3

Uspravna prizma, baza je pravokutan trokut.

$a = 3$ cm
$b = 4$ cm $V = B \cdot v$
$P_1 = 100$ cm^2

$V = ?$



a) Izračunajmo hipotenuzu baze:

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$c = \sqrt{3^2 + 4^2}$$
$$c = \sqrt{9 + 16}$$
$$c = \sqrt{25}$$
$$c = 5 \text{ cm}$$

b) Pomoću površine pobočke nad hipotenuzom izračunajmo visinu prizme v:

$$P_1 = c \cdot v$$
$$100 = 5 \cdot v / :5$$
$$v = \frac{100}{5}$$
$$v = 20 \text{ cm}$$

c) Sada izračunajmo površinu baze B:

$$B = \frac{a \cdot b}{2}$$
$$B = \frac{3 \cdot 4}{2}$$
$$B = 3 \cdot 2$$
$$B = 6 \text{ cm}^2$$

d) Volumen prizme V:

$$V = B \cdot v$$
$$V = 6 \cdot 20$$
$$V = 120 \text{ cm}^3$$

Odgovor pod brojem 2.

100.) U pravokutnom trokutu gdje je hipotenuza c dvostruko manja od opsega, manja je kateta jednaka

1. ne postoji takav trokut 2. $\frac{4}{3}c$ 3. $3c$ 4. $\frac{3}{4}c$

Pravokutni trokut
$O = 2 \cdot c$
$O = a + b + c$

$b = ?$ (manja kateta)

a)
$$O = a + b + c$$
$$2c = a + b + c$$
$$2c - c = a + b$$
$$c = a + b$$
$$b = c - a$$

ubaci →

b)
$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = a^2 + (c - a)^2$$
$$c^2 = a^2 + c^2 - 2ac + a^2$$
$$c^2 - c^2 + 2ac = a^2 + a^2$$
$$2ac = 2a^2 / :2a$$
$$c = a$$

c)
$$b = c - a$$
$$b = a - a$$
$$b = 0$$

ne postoji takav trokut.

Odgovor pod brojem 1.

101.) Zarade osoba A, B i C međusobno su u sljedećim odnosima: $A:B=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ i $C:B=3:2\frac{1}{2}$.
Ako je ukupna zarada 55500 kn, tada jezarada osobe A jednaka:

1. 21500 kn 2. 22000 kn 3. 22500 kn 4. 23000 kn

$$A:B=\frac{1}{2}:\frac{1}{3} \qquad \text{i} \qquad C:B=3:2\frac{1}{2}$$
$$A+B+C=55500$$

$$A=?$$

$$A:B=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$$
$$\frac{1}{3}A=\frac{1}{2}B \qquad /\cdot\frac{3}{1}$$
$$A=\frac{3}{2}B$$

$$C:B=3:2\frac{1}{2}$$
$$C:B=3:\frac{5}{2}$$
$$\frac{5}{2}C=3B \qquad /\cdot\frac{2}{5}$$
$$C=\frac{6}{5}B$$

$$A+B+C=55500$$
$$\frac{3}{2}B+B+\frac{6}{5}B=55500 \qquad /\cdot 10$$
$$15B+10B+12B=555000$$
$$37B=555000 \qquad /:37$$
$$B=15000\text{ kn}$$

$$A=\frac{3}{2}B$$
$$A=\frac{3}{2}\cdot 15000$$
$$A=22500\text{ kn}$$

Odgovor pod brojem 3.

102.) Izračunajte $(a+b)^{-1}-a(a+b)^{-2}+(1-b^2)(a+b)^{-3}$ za $a=\frac{1}{2}$ i $b=\frac{1}{3}$.

1. $\frac{216}{125}$ 2. $\frac{232}{125}$ 3. $\frac{252}{125}$ 4. $\frac{272}{125}$

$a=\frac{1}{2}$ i $b=\frac{1}{3}$

$$(a+b)^{-1}-a(a+b)^{-2}+(1-b^2)(a+b)^{-3}=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^{-1}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right]\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^{-3}=$$

$$=\left(\frac{3+2}{6}\right)^{-1}-\frac{1}{2}\left(\frac{3+2}{6}\right)^{-2}+\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(\frac{3+2}{6}\right)^{-3}=$$

$$=\left(\frac{5}{6}\right)^{-1}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{6}\right)^{-2}+\frac{9-1}{9}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{-3}=$$

$$=\frac{6}{5}-\frac{1}{2}\left(\frac{6}{5}\right)^{2}+\frac{8}{9}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{3}=$$

$$=\frac{6}{5}-\frac{1}{2}\cdot\frac{36}{25}+\frac{8}{9}\cdot\frac{216}{125}=$$

$$=\frac{6}{5}-\frac{18}{25}+\frac{8\cdot 24}{125}=$$

$$=\frac{30}{25}-\frac{18}{25}+\frac{192}{125}=$$

$$=\frac{12}{25}+\frac{192}{125}=$$

$$=\frac{60+192}{125}=$$

$$=\frac{252}{125}$$

Odgovor pod brojem 3.

103.) Koeficijent smjera pravca koji prolazi kroz točku $A(4,7)$ i sjecište pravca $y=-x+5$ s pravcem određenog točkama $B(1,5)$ i $C(-1,3)$ iznosi:

1. $\frac{2}{7}$ 2. $\frac{3}{7}$ 3. $\frac{4}{7}$ 4. $\frac{5}{7}$

a) Nađimo pravac p_2 koji prolazi točkama B i C:

$B(1,5)$ $C(-1,3)$

$x_1=1$ $x_2=-1$

$y_1=5$ $y_2=3$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$$y-5=\frac{3-5}{-1-1}(x-1)$$

$$y-5=\frac{-2}{-2}(x-1)$$

$$y-5=1(x-1)$$

$$y-5=x-1$$

$$y=x-1+5$$

$$y=x+4 \qquad p_2\equiv y=x+4$$

b) Odredimo sjecište S pravaca $p_1\equiv y=-x+5$ i $p_2\equiv y=x+4$

$$\left.\begin{aligned} y&=-x+5\\ y&=x+4\end{aligned}\right\}$$

$$2y=9 \quad /:2$$

$$y=\frac{9}{2}$$

$$y=x+4$$

$$x=y-4$$

$$x=\frac{9}{2}-4$$

$$x=\frac{9}{2}-\frac{8}{2}$$

$$x=\frac{1}{2}$$

$$S\left(\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right)$$

M.I.M-Sraga centar za poduku
mim-sraga@zg.htnet.hr
tel-01-4578-431

c) Izračunajmo koeficijent pravca p_3 koji prolazi točkom $A(4,7)$ i sjecište pravaca p_1 i p_2:

$A(4,7)$ $\qquad$ $S\left(\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right)$

$x_1 = 4$ $\qquad$ $x_2 = \frac{1}{2}$

$y_1 = 7$ $\qquad$ $y_2 = \frac{9}{2}$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{9}{2} - 7}{\frac{1}{2} - 4} = \frac{\frac{9}{2} - \frac{14}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{8}{2}} = \frac{\frac{-5}{2}}{\frac{-7}{2}} = \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 7} = \frac{5}{7}$$

Odgovor pod brojem 4.

104.) Racionalizirajte nazivnik $\frac{4}{1-\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

1. $2+\sqrt{6}-\sqrt{2}$ $\quad$ 2. $2-\sqrt{6}-\sqrt{2}$ $\quad$ 3. $2-\sqrt{6}+\sqrt{2}$ $\quad$ 4. $2+\sqrt{6}+\sqrt{2}$

$$\frac{4}{1-\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{4}{\left(1-\sqrt{3}\right)+\sqrt{2}} \cdot \frac{\left(1-\sqrt{3}\right)-\sqrt{2}}{\left(1-\sqrt{3}\right)-\sqrt{2}} = \frac{4\left(1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2} =$$

$$= \frac{4\left(1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{1-2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2-2} = \frac{4\left(1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{1-2\sqrt{3}+3-2} = \frac{4\left(1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{2-2\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{4\left(1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{2\left(1-\sqrt{3}\right)} = \frac{2\left(1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{1-\sqrt{3}} \cdot \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2\left(1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}{1^2-\left(\sqrt{3}\right)^2} =$$

$$= \frac{2\left(1+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)}{1-3} =$$

$$= \frac{2\left(1-3-\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)}{-2} = -1\left(-2-\sqrt{2}-\sqrt{6}\right) =$$

$$= 2+\sqrt{2}+\sqrt{6}$$

Odgovor pod brojem 4.

105.) Odredite $c \in R$ za koji polinom $P(x) = 2x^3 + cx^2 + 4x + 1$ djeljiv binomom $R(x) = x + 1$.

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5

$c \in R$
$P(x):R(x)$

$c = ?$

$(2x^3 + cx^2 + 4x + 1):(x+1) = 2x^2 + x(c-2) + 6 - c$
$-(\pm 2x^3 \pm 2x^2)$

$cx^2 - 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow$ sredimo izraz

$x^2(c-2) + 4x + 1$
$-[\pm x^2(c-2) \pm x(c-2)]$

$-x(c-2) + 4x + 1$ $\rightarrow$ sredimo izraz

$-x(c-2)+4x+1 =$
$= -cx + 2x + 4x + 1 =$
$= -cx + 6x + 1 =$
$= x(6-c) + 1$

$x(6-c) + 1$
$-[\pm x(6-c) \pm 6 \mp c]$

$1 - 6 + c$

Ostatak $1 - 6 + c$ izjednačimo sa nulom i izračunamo *c*.

$1 - 6 + c = 0$
$-5 + c = 0$
$c = 5$

Odgovor pod brojem 4.