

**** IVANA SRAGA ****

© 1992.-2011.

ZBIRKA
POTPUNO RIJEŠENIH ZADATAKA
PRIRUČNIK ZA SAMOSTALNO UČENJE

FIZIKA

1

POTPUNO RIJEŠENI
ZADACI PO ŽUTOJ ZBIRCI

INTERNA SKRIPTA
CENTRA ZA PODUKU

M.I.M.-SRAGA
 \sqrt{a}

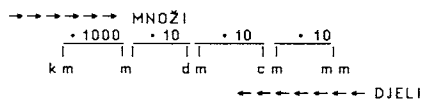
MEHANIKA

1. MJERENJE

1.1. $d = 0,12 \text{ mm} = 0,12 : 1000 = 0,00012 \text{ m} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

1.2. $R = 6370 \text{ km} = 6370 \cdot 1000 = 6370000 \text{ m} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

1.3. $\lambda = 4,471 \cdot 10^{-4} \text{ mm} = 4,471 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-1} = 4,471 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$
 $4,471 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} = 4,471 \cdot 10^{-7} \text{ m}$



1.4. $d = 150\,000\,000 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$
 $1,5 \cdot 10^8 \text{ km} \cdot 1000 = 1,5 \cdot 10^8 \cdot 10^3 = 1,5 \cdot 10^{8+3} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

1.5. $t = 1 \text{ godina}$
 $1 \text{ godina} \cdot 365 = 365 \text{ dana}$
 $365 \text{ dana} \cdot 24 = 8760 \text{ sati}$
 $8760 \text{ sati} \cdot 60 = 525600 \text{ min}$

PRAVILO : 1 GODINA IMA 365 DANA
 1 DAN IMA 24 SATA
 1 SAT IMA 60 MINUTA
 1 MINUTA IMA 60 SEKUNDI

$525600 \text{ min} \cdot 60 = 31536000 \text{ s} = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s}$

1.6. $c \text{ (brzina svjetlosti)} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $t = 1 \text{ godina} = 1 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 31536000 \text{ s} = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s}$
 $s \text{ (godina svjetlosti)} = ?$
 $s = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s} = 9,4608 \cdot 10^{15} \text{ m} = 10 \cdot 10^{15} = 10^{16} \text{ m}$
 $9,46 > \sqrt{10}$

POSTOJI PRAVILO: AKO ISPRED 10^n STOJI BROJ KOJI JE VEĆI OD $\sqrt{10} \approx 3,16$, RED VEĆIČNE POSTAJE 10 PUTA VEĆI

1.7. $r = 4,4 \cdot 10^9 \cdot 1 \text{ km} = 4,4 \cdot 10^9 \cdot 10^3 \text{ m} = 4,4 \cdot 10^{12} = 10^{13} \text{ m}$
 $4,4 \text{ JE VEĆE OD } \sqrt{10}$

1.8. $s \text{ (udaljenost)} = 10^{22} \text{ m}$
 $c \text{ (brzina svjetlosti)} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $t \text{ (godina svjetlosti)} = ?$
 $t = 3,3 \cdot 10^{13} \text{ s} = 3,3 \cdot 10^{13} : 3600 : 24 : 365 = 1,06 \cdot 10^6 \text{ godina}$

1.9. $\lambda \text{ (valna duljina)} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ do } 10^{-8} \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ do } 10^{-11} \text{ m}$
 $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm} : 1000 = 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
 $10^{-8} \text{ mm} : 1000 = 10^{-8} \cdot 10^{-3} = 10^{-11} \text{ m}$

1.10. $m \text{ (elektrona)} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 10 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 10^{-30} \text{ kg}$
 $9,11 > \sqrt{10}$

1.12. $70,3 \text{ cm} = 703 \text{ mm}$
 $7 \text{ mm} \rightarrow$ najmanje decimalnih mjesta
 $0,66 \text{ m} \rightarrow$ najmanje decimalnih mjesta

| | |
|-------------------|----|
| 703 | mm |
| + 7 | mm |
| + 0,66 | mm |
| 710,66 mm = 711mm | |

1.11. $18,425$
 $+ 7,21$
 $5,0 \rightarrow$ najmanje decimalnih mjesta
 $30,635 = 30,64 = 30,6 \text{ s}$ obzirom na pouzdana mjesta

PRAVILO: SVE PODATKE MORAMO REDUCIRATI NA ONOLIKI BROJ DECIMALNIH MJESTA KOLIKO IH IMA PODATAK SA NAJMANJIM BROJEM DECIMALNIH MJESTA (KADA U ZADATKU TRAŽE POUZDANA MJESTA)

1.13. $12 \text{ m} + 20 \text{ dm} + 16 \text{ dm} = ?$
 $12 + 2,0 + 1,6 = 15,6 \text{ m} = 16 \text{ m}$
 s obzirom na pouzdana znamenke
 $20 \text{ dm} : 10 = 2,0 \text{ m}$
 $16 \text{ dm} : 10 = 1,6 \text{ m}$

1.14. $34 \text{ kg} - 0,2 \text{ kg} = ?$
 $34 - 0,2 = 33,8 \text{ kg} = 34 \text{ kg}$ s obzirom na pouzdana mjesta

1.15. $4,0 \text{ m} - (632 \text{ mm} + 148 \text{ mm}) = ?$
 $4,0 \text{ m} - 780 \text{ mm} = 4 \text{ m} - 0,78 \text{ m} = 3,22 \text{ m} = 3,2 \text{ m}$
 s obzirom na pouzdana mjesta

1.16. a) $2,21 \cdot 0,3 = 0,663 = 0,7$ Prvi faktor ima dva, a drugi 1 decimalno mjesto. Umnožak ne smije imati više od jednog decimalnog mjesta te zato iznosi 0,7.

1.17. $14,28 : 0,714 = 20 = 20,00$ s obzirom na pouzdana mjesta

b) $2,02 \cdot 4,113 = 8,30826 = 8,31$
 Prvi faktor ima 2, a drugo 3 decimalna mjesta. Umnožak ne smije imati više od 2 decimalna mjesta.

1.18. a) $0,032 : 0,0040 = 8 = 8,000$ s obzirom na pouzdana mjesta
 b) $97,52 : 2,54 = 38,3937 = 38,39$ s obzirom na pouzdana mjesta

1.19. $a = 208 \text{ mm} = 20,8 \text{ cm}$
 $b = 15 \text{ cm}$
 $O = ?$
 $P = ?$
 $O = 2(a + b) = 2 \cdot (20,8 + 15) = 2 \cdot 35,8 = 71,6 \text{ cm} = 72 \text{ cm}$
 $P = a \cdot b = 20,8 \cdot 15 = 312 \text{ cm}^2$

1.20. $2r \text{ (promjer)} = 4,4 \text{ mm}$
 $r \text{ (polumjer)} = 2,2 \text{ mm}$
 $V \text{ (volumen)} = ?$
 $V \text{ (kugla)} = \frac{4}{3} r^3 \pi$
 $V = \frac{4}{3} \cdot 2,2^3 \cdot 3,14 = \frac{4 \cdot 10,648 \cdot 3,14}{3} = 44,579626 = 44,6 \text{ mm}^3$

1.21. PRAVILO: SREDNJU VRIJEDNOST DOBIT ĆEMO TAKO DA ZBROJ SVIH IZMJERENIH PODATAKA PODIJELIMO BROJEM MJERENJA.
 Broj mjerenja: 1 2 3 4 5
 Podaci: 2,2mm 2,25mm 2,0mm 2,1mm 2,17mm
 $\bar{d} = \frac{2,2 + 2,25 + 2,0 + 2,1 + 2,17}{5} = \frac{10,75}{5} = 2,144 \text{ mm} = 2,1 \text{ mm}$
 s obzirom na pouzdana mjesta

JEDNOLIKO GIBANJE DUŽ PRAVCA

GIBANJE DUŽ PRAVCA JE GIBANJE KOD KOJEGA JE PUTANJA PRAVAC. DULJINA DIJELA PUTANJE ŠTO GA TIJELO PRIJEDJE ZOVE SE PUT A OZNAČAVA SE OBIČNO SLOVOM s (malo slovo) I MJERI SE JEDINICAMA ZA DULJINU (m, dm, cm, mm, km). VRIJEME OZNAČAVAMO SLOVOM t I MJERIMO JEDINICAMA ZA VRIJEME (s, min, h).

ZA OPISIVANJE GIBANJA UVODIMO POJAM SREDNJE BRZINE \bar{v} . SREDNJA BRZINA JE OMJER PUTA I VREMENA ZA KOJ JE TAJ PUT PRIJEDJEN:
 $\bar{v} = \frac{s}{t}$ tj. $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ Δ (delta) malene dijelove puta odnosno vremena označavamo velikim grčkim slovom delta Δ .

TREKUTNA, PRAVA BRZINA ILI SAMO BRZINA NA NEKOM MJESTU PUTANJE OMJER JE PREVAJENOG PUTA U NEIZMJERNOM MALOM INTERVALU VREMENA I TOG INTERVALA VREMENA. BRZINU OZNAČAVAMO MALIM SLOVOM v I MJERIMO JEDINICAMA ZA BRZINU m/s ILI km/h

s = PUT (m, cm, km)

t = VRIJEME (s, min, h)

v = BRZINA ($\frac{m}{s}$, $\frac{km}{h}$)

\bar{v} = SREDNJA BRZINA ($\frac{m}{s}$, $\frac{km}{h}$)

Δ = INTERVAL

$\Delta s = s_2 - s_1$ → početni put

↓

krajnji put

$\Delta t = t_2 - t_1$ → početno vrijeme

↓

krajnje vrijeme

PRETVARANJE JEDINICA

- JEDINICE DULJINE → MNOŽI → $\frac{1000}{km} \frac{10}{m} \frac{10}{dm} \frac{10}{cm} \frac{10}{mm}$ ← DJELI

- JEDINICE VREMENA → MNOŽI → $\frac{365}{godina} \frac{24}{dan} \frac{60}{sat} \frac{60}{minuta} \frac{60}{sekunda}$ ← DJELI

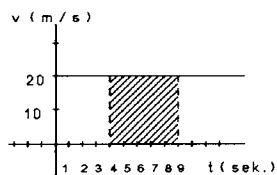
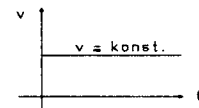
- JEDINICE BRZINE $x \frac{km}{h} = x \cdot \frac{1000}{3600} m/s$

$x \frac{m}{s} = x : \frac{1000}{3600} = x \cdot \frac{3600}{1000} \frac{km}{h}$

KADA KOD NEKOG GIBANJA DUŽ PRAVCA UOČIMO DA JE NA SVAKOM DIJELU PUTA, PA I NEIZMJERNOM MALENOM, OMJER PUTA I VREMENA JEDNAK, ONDA JE GIBANJE JEDNOLIKO.

GRAFIKONI JEDNOLIKOG GIBANJA

- GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI BRZINE O VREMENU JE PRAVAC PARALELAN S VREMENSKOM OSI.

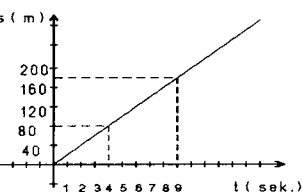
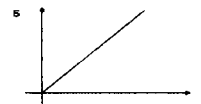


NA SLICI PRIKAZAN JE GRAFIKON BRZINE JEDNOLIKOG GIBANJA AKO JE BRZINA $20 m/s$ U VREMENSKOM INTERVALU OD 0 - 10 sekundi.

Na istom grafikonu možemo uočiti i koliko je prijedjen put u nekom vremenskom intervalu. Ako za nas primjer želimo odrediti put što ga tijelo prijedje između 4. i 9. sekunde možemo pisati:
 $s = v \cdot t = 20 \cdot 5 = 100 m$. Na grafikonu je to površina osjenčanog pravokutnika kojemu su stranice 5 sek. i $20 m/s$, a površina pravokutnika ($P = a \cdot b$), $5s \cdot 20 m/s = 100 m$ predstavlja put.

Tako s pomoću grafikona brzine možemo odrediti i prijedjen put u nekom vremenskom intervalu. Put je određen veličinom površine pravokutnika koji je određen dijelom osi apcise koji pripada vremenskom intervalu u kojem određujemo put, dijelom grafičkog prikaza brzine koji pripada tom vremenskom intervalu i ordinatama krajnjih točaka zbog dijela grafičkog prikaza brzine.

- GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI PUTA O VREMENU je pravac koji prolazi ishodištem



Za $v = 20 m/s$ nacrtan je grafički prikaz. Na slici vidimo pravac $s = 20 \cdot t$.

Iz slike vidimo da je za $t = 4$ sek put $80 m$ jer $s = v \cdot t = 20 \cdot 4 = 80 m$, a za $t = 9$ sek put $180 m$ jer $s = v \cdot t = 20 \cdot 9 = 180 m$. Znači da je za vrijeme između 4. i 9. sekunde tijelo prešlo put $180 m - 80 m = 100 m$. Isti rezultat dobili smo i pomoću grafikona brzine.

1.22. $s = 6 \text{ m}$

$$t = \frac{1}{100} \text{ s} = 0,01 \text{ s}$$

$v = ?$

$$v = \frac{6 \text{ m}}{0,01 \text{ s}} = 600 \text{ m/s}$$

1.23. $v = 800 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$\bar{v} = ? \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$800 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 800 \cdot \frac{1000}{3600} = 222,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1.24. $s = 1,3 \text{ m}$

$t = 1 \text{ s}$ (svake sek.)

$v = ? \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1,3 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3600}{1000} = 4,68 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

1.25. t (ukupno) = $2s$ (vrijeme potrebno da zvuk ode do stijene i vrati se do uha čovjeka) → znači da vrijeme potrebno da zvuk dodje samo do stijene je polovica ukupnog vremena i iznosi 1 s
 $t = 1 \text{ s}$

$v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$s = ?$ (udaljenost stijene od čovjeka)

$$v = \frac{s}{t} / \cdot t$$

$$v \cdot t = s \quad s = v \cdot t = 340 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} = 340 \text{ m}$$

1.26. $s = 3000 \text{ milja} = 3000 \cdot 1852 \text{ m} = 5556000 = 5,556 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$t = 5 \text{ dana i } 20 \text{ h} = 5 \text{ dana} \cdot 24 + 20 \text{ h} = 120 \text{ h} + 20 \text{ h} = 140 \text{ h} = 140 \cdot 3600 = 504000 \text{ s} = 5,04 \cdot 10^5 \text{ s}$$

1 morska milja = 1852 m

1 čvor = 1 milja/h

$$v = \frac{s}{t} = \frac{5,556 \cdot 10^6 \text{ m}}{5,04 \text{ s}} = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$v = ? \frac{\text{m}}{\text{s}}$, čvorovi

$$1 \text{ čvor} = \frac{1 \text{ milja}}{1 \text{ sat}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow v = \frac{3000 \text{ milja}}{140 \text{ sati}} = 21,429 = 21,43 \text{ čvora}$$

1.27. $v = 720 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$s = 382400 \text{ km} = 3,824 \cdot 10^5 \text{ km} \cdot 1000 = 3,824 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$t = ?$

$$v = \frac{s}{t} / \cdot t$$

$$v \cdot t = s / : v \quad t = \frac{s}{v} = \frac{3,824 \cdot 10^8 \text{ m}}{720 \text{ m/s}} = 531111,11 \text{ s}$$

$$t = 531111,11 \text{ s} : 60 = 8851,8518 \text{ min} = 8851,8518 : 60 = 147,53 \text{ h}$$

$$147,53 \text{ h} = 147 \text{ h} + 0,53 \text{ h} = 147 \text{ h} + 0,53 \cdot 60 = 147 \text{ h} + 31,8 \text{ min} = 147 \text{ h i } 32 \text{ min}$$

1.28. V (volumen) = 400 m^3

v (brzina) = 2 m/s

$2r$ (promjer) = $120 \text{ mm} = 0,12 \text{ m}$

r (polumjer) = $0,006 \text{ m}$

$t = ?$

VOLUMEN VALJKA = POVRŠINA KRUGA · BRZINA · VRIJEME

$$V = P \cdot v \cdot t$$

POVRŠINA KRUGA $P = r^2 \cdot \pi = 0,06 \cdot 3,14 = 0,011304 \text{ m}^2$

$$t = \frac{V}{P \cdot v} = \frac{400 \text{ m}^3}{0,011304 \text{ m}^2 \cdot 2 \text{ m/s}} = 17602,852 \text{ sek}$$

$$t = 17602,852 \text{ sek} : 3600 = 4,91 \text{ h} = 4 \text{ h} + 0,91 \text{ h} = 4 \text{ h} + 0,91 \cdot 60 = 4 \text{ h} + 54,6 \text{ min} = 4 \text{ h i } 55 \text{ min}$$

1.29. L_1 (duljina mosta) = 80 m

L_2 (duljina vlaka) = 80 m

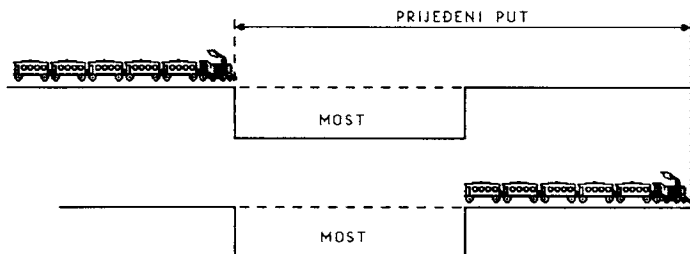
$$v = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000}{3600} = 22,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$t = ?$

$$v = \frac{s}{t} / \cdot t$$

$$v \cdot t = s / : v$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{L_1 + L_2}{v} = \frac{80 \text{ m} + 80 \text{ m}}{22,22 \text{ m/s}} = \frac{160 \text{ m}}{22,22 \text{ m/s}} = 7,2 \text{ s}$$



OBJAŠNENJE: $S = L_1 + L_2$ jer je most opterećen od trenutka nailaska vlaka kada prva točka dodje na most do trenutka kada zadnja točka zadnjeg vagona ne predje most. Promatrajmo put samo prve točke vlaka, ona predje most i predje dužinu cijelog vlaka dok zadnja točka ne predje most pa je $S = L_1 + L_2$

1.30. L_1 (duljina mosta) = 80 m

L_2 (duljina vlaka) = 100 m

$$v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$t = ?$

$$v = \frac{s}{t} \quad / \cdot t$$

$$v \cdot t = s \quad / : v$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{L_1 + L_2}{v} = \frac{80 \text{ m} + 100 \text{ m}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{180 \text{ m}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 90 \text{ s} = 90 \text{ s} : 60 = 1,5 \text{ min}$$

OBJAŠNENJE $S = L_1 + L_2$ jer je most opterećen od trenutka kada prvi vojnik stupi na most do trenutka kada i zadnji vojnik prijedje most.

1.31. $r = 1,507 \cdot 10^8$ km (pošto se Zemlja vrti oko Sunca, njihova udaljenost predstavlja polumjer kružnice na kojoj se Zemlja vrti)

$$t = 1 \text{ god} = 365,25 \text{ dana} = 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 = 31557600 \text{ s} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$\bar{v} = ?$

$$s = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 1,507 \cdot 10^8 \text{ km} \cdot 3,14 = 2 \cdot 1,507 \cdot 10^{11} \text{ m} \cdot 3,14 = 9,46396 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

put predstavlja opseg kružnice jer Zemlja rotira oko Sunca.

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{9,46396 \cdot 10^{11} \text{ m}}{3,16 \cdot 10^7 \text{ s}} = 2,994924 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 29949 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

1.32. $t = 2 \text{ min} = 2 \text{ min} \cdot 60 = 120 \text{ s}$

n (broj koraka) = 200

l (duljina koraka) = 70 cm = 70 : 100 = 0,7 m

$$v = ? \quad \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{i} \quad \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$s = \text{broj koraka} \cdot \text{duljina jednog koraka}$

$$s = n \cdot l = 200 \cdot 0,7 \text{ m} = 140 \text{ m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{140 \text{ m}}{120 \text{ s}} = 1,166 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 1,17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3600}{1000} = 4,212 = 4,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

1.33. v (zvuka) = 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v = ? \quad \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3600}{1000} = 1224 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

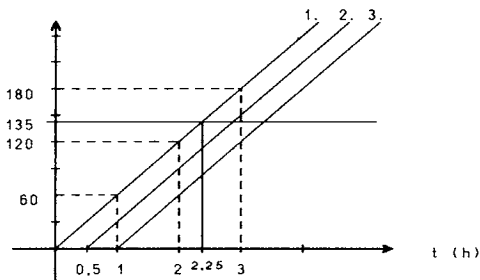
1.34. $\bar{v} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$s = 135 \text{ km}$

svkih pola sata kreće po 1 autobus

a) GRAFIČKI PRIKAZ ZAVISNOSTI PUTA OD VREMENA

S (km)



ZADANA NAM JE SREDNJA BRZINA AUTOBUSA 60 km/h, TO ZNAČI DA AUTOBUS NA 60 KM TROŠI 1 h. ZATO U KOORDINATNOM SUSTAVU NA y OS NANOSIMO VRIJEDNOSTI ZA PUT U KM 60, 120, 180. NAŠ PUT JE 135 km TJ. TOČKI 135 km POVUČEMO HORIZONTALNU LINIJU. NA x OSI OZNAČIMO VRIJEDNOSTI 1, 2 i 3 h I SPAJAMO TOČKE 1 h | 60 km, 2 h | 120 km, 3 h | 180 km. POVUČEMO PRAVAC KROZ TE TRI DOBIVENE TOČKE I U TOČCI GDJE TAJ PRAVAC SIJEČE HORIZONTALNU CRTU (135 km) SPUSTIMO OKOMICU NA OSI x. TO JE TRAZENO VRIJEME 2,25 h POTREBNO DA AUTOBUS PRIJEDJE PUT OD ZAGREBA DO LJUBLJANE DOBIVENO GRAFIČKI.

DOBILI SMO GRAFIČKI PRIKAZ ZAVISNOSTI PUTA OD VREMENA ZA PRVI AUTOBUS. GRAFIČKI PRIKAZ AUTOBUSA 2 I 3 ISTI JE KAO I ZA AUTOBUS 1 SAMO SU POMAKNUTI ZA 0,5 h.

b.) na ldućoj stani

b) KOLIKO BI MORALA BITI BRZINA DRUGOG AUTOBUSA DA U LJUBLJANU STIGNE ISTODOBNO S PRVIM ?

POŠTO DRUGI AUTOBUS KREĆE POLA SATA KASNIJE OD PRVOG OČITO MORA BRŽE VOZITI DA BI ISTODOBNO STIGLI U LJUBLJANU .

PRVO RAČUNSKI IZRAČUNAMO KOLIKO JE PRVOM AUTOBUSU POTREBNO VREMENA OD ZAGREBA DO LJUBLJANE PO FORMULI : $v = \frac{s}{t}$

$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{135}{60} = 2,25 \text{ h}$. AUTOBUSU 1. POTREBNO JE 2,25 h . ŠTO ZNAČI DA AUTOBUS 2 TREBA 0,5 h MANJE VREMENA DA ZAJEDNO

STIGNU U LJUBLJANU $t_2 = t_1 - 0,5 = 2,25 - 0,5 = 1,75 \text{ h}$. BRZINA AUTOBUSA 2 JE $v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{135}{1,75} = 77,14 = 77 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

1.35. a) $\bar{v} = 75 \text{ km/h}$

$t = 6 \text{ h}$

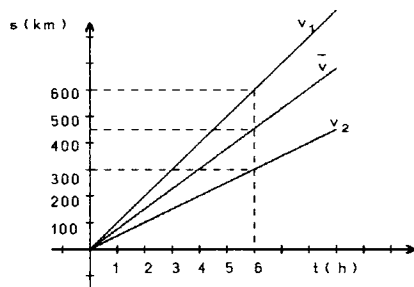
GRAFIČKI PRIKAZ S - t DIJAGRAMA - IZRAČUNAMO PUT

ŠTO GA JE TIJELO PREŠLO ZA 6 h GIBAJUĆI SE BRZINOM

$v = 75 \text{ km/h}$ POMOĆU FORMULE: $\bar{v} = \frac{s}{t} \rightarrow s = v \cdot t =$

$$= 75 \cdot 6 = 450 \text{ km}$$

GRAFIČKI PRIKAZ S - t DIJAGRAMA



b) $v_1 = 100 \text{ km/h}$ POMOĆU FORMULE $v = \frac{s}{t} \rightarrow s = \bar{v} \cdot t$

$v_2 = 50 \text{ km/h}$ IZRAČUNAMO PUTEVE s_1 I s_2

$t_1 = t_2 = 6 \text{ h}$

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 100 \cdot 6 = 600 \text{ km}$$

$$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 50 \cdot 6 = 300 \text{ km}$$

$s_1 = ?$

$s_2 = ?$

= DOBIVENA RJEŠENJA UNESEM U KOORDINATNI SUSTAV NA y OSI

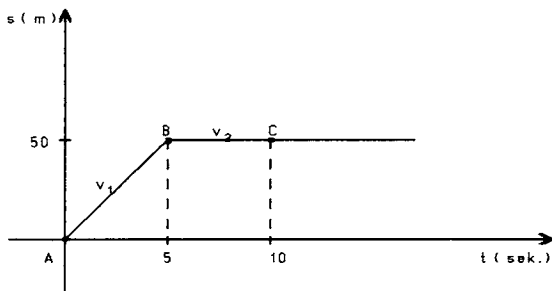
OZNAČIMO PUT U KM, A NA x OSI OZNAČIMO VRIJEME U (H) SATIMA.

SPOJIMO TOČKE 6 h I 450 km I 6 h I 600 km I 6 h I 300 km.

PONUČEMO PRAVAC KROZ ISHODIŠTE I KROZ SVAKU TOČKU.

1.36.

GRAF ZADAN U ZBIRCI:



S - t GRAFIKON POKAZUJE NEJEDNOLIKO GIBANJE.

NEJEDNOLIKO GIBANJE JE GIBANJE KOD KOJEG SE BRZINA NEPRESTANO

MIJENJA.

OVAJ GRAF PRIKAŽUJE 2 RAZLIČITE BRZINE I TO

OD 0 - 5 SEKUNDE TIJELO SE GIBALO JEDNOLIKO BRZINOM

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_B - s_A}{t_B - t_A} = \frac{50 - 0}{5 - 0} = 10 \text{ m/s}$$

OD 5 - 10 SEKUNDE TIJELO SE NIJE GIBALO JER

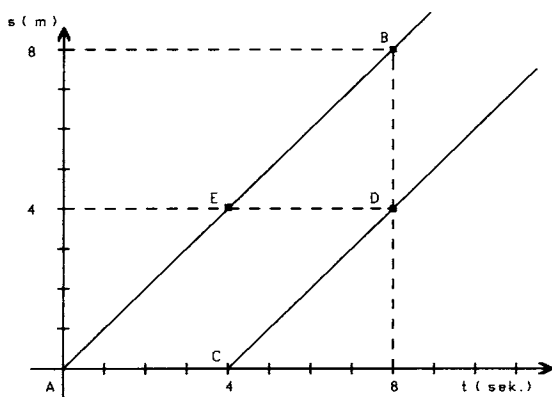
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_C - s_B}{t_C - t_B} = \frac{50 - 50}{10 - 5} = \frac{0}{5} = 0 \text{ m/s}$$

PUT ŠTO GA JE TIJELO PREŠLO ZA 3 s, 5 s I 9 sek. OČITAMO SAMO SA ORDINATNE OSI ŠTO PREDSTAVLJA PUT U METRIMA.

ZNAČI TIJELO JE ZA 3 SEKUNDE PREŠLO PUT OD 30 m, ZA 5 s PUT OD 50 m I ZA 9 SEKUNDI PUT OD 50 METARA.

1.37.

GRAF ZADAN U ZBIRCI:



a) GRAFIKON PRIKAŽUJE 2 JEDNOLIKA PRAVOCRTNA GIBANJA

b) DA BI ODREDILI BRZINE IZRAČUNAMO IH PO FORMULI $v = \frac{s}{t}$

$$v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_A - s_B}{t_A - t_B} = \frac{8 - 0}{8 - 0} = 1 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_D - s_C}{t_D - t_C} = \frac{4 - 0}{8 - 4} = 1 \text{ m/s}$$

c) PRVO TIJELO JE PREŠLO 4 m I TEK JE ONDA KRENULO DRUGO

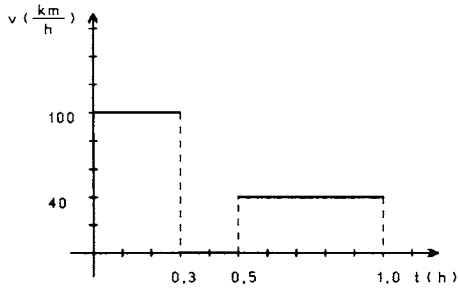
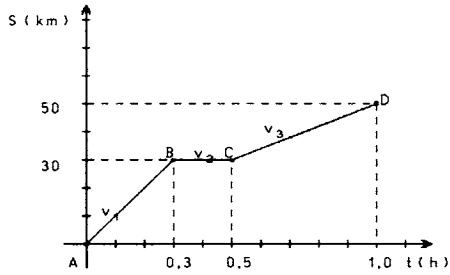
TIJELO (OČITAJ IZ GRAFIKONA: UOČI TOČKU E KOJA IMA KOORDINATE (4,4) NA VREMENSKOJ OSI BROJ 4 ZNAČI DA JE DRUGO TIJELO TEK KRENULO A NA OSI PUT VIDIMO PUT ŠTO GA JE PRVO TIJELO PREŠLO).

d) DRUGO TIJELO KRENULO JE KASNIJE 4 SEK. (UOČI TOČKU C).

e) DRUGO TIJELO NE MOŽE STIĆI PRVO TIJELO JER OBE GIBAJU SE JEDNAKIM BRZINAMA JEDNOLIKO.

-5-

1.38. GRAF ZADAN U ZBIRCI:



a) CRTANJE GRAFIKONA BRZINE POMOĆU ZADANOG S-t GRAFIKONA.

DA BI NACRTALI GRAFIKON BRZINA POTREBNO JE IZRAČUNATI SVE BRZINE U ZADANOM S-t GRAFIKONU POMOĆU FORMULE $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. U S-t GRAFIKONU IMAMO 3 IZLOMLJENE CRTE OJE PREDSTAVLJAJU 3 RAZLIČITE BRZINE.

$$v_1 = \frac{s_B - s_A}{t_B - t_A} = \frac{30 - 0}{0.3 - 0} = \frac{30}{0.3} = 100 \text{ km/h}$$

$$v_2 = \frac{s_C - s_B}{t_C - t_B} = \frac{30 - 30}{0.5 - 0.3} = \frac{0}{0.2} = 0 \text{ km/h} \quad \text{tijelo miruje}$$

$$v_3 = \frac{s_D - s_C}{t_D - t_C} = \frac{50 - 30}{1.0 - 0.5} = \frac{20}{0.5} = 40 \text{ km/h}$$

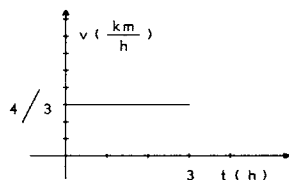
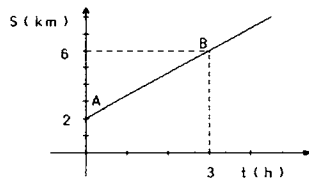
POŠTO SMO IZRAČUNALI BRZINE, NA Y OSI NOVOG KOORDINATNOG SUSTAVA UNESEMO IH PO VELIČINI, A NA X OSI (VREMENSKOJ OSI) PREPIŠEMO VRIJEDNOSTI VREMENA IZ S-t grafa.

TIJELO SE GIBALO BRZINOM 100 km/h 0.3 SEKUNDE T.J. U RAZDOBLJU OD 0-0.3 SEK. TIJELO JE MIROVALO SLJEDEĆIH 0.2 SEK T.J. U VREMENU OD 0.3 - 0.5 SEK.

TIJELO SE GIBALO BRZINOM 40 km/h IDUĆIH 0.5 SEK T.J. U VREMENU OD 0.5 - 1.0 SEK.

b) TIJELO JE U PRVIH 0,5 SATI PREŠAO PUT OD 30 KM. TO SAMO OČITAMO IZ S-t GRAFIKONA.

1.39.



CRTANJE GRAFIKONA BRZINE POMOŽU ZADANOG S-t GRAFIKONA:

POŠTO JE NACRTAN SAMO 1 PRAVAC RIJEČ JE O 1 BRZINI KOJU IZRAČUNAVAMO PO FORMULI $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_B - s_A}{t_B - t_A} = \frac{6 - 2}{3 - 0} = \frac{4}{3} \text{ km/h}$

DOBIVENU VRIJEDNOST BRZINE UNESEMO U KOORDINATIVNI SUSTAV NA Y OS. A VRIJEDNOSTI VREMENA PREPIŠEMO IZ ZADANOG S-t GRAFIKONA, NA X OSI.

ZA PRVA TRI SATI TIJELO JE PREŠLO PUT OD 4 KM, A TO VIDIMO IZ ZADANOG S-t GRAFIKONA $\Delta s = s_B - s_A = 6 - 2 = 4 \text{ km}$.

1.40.

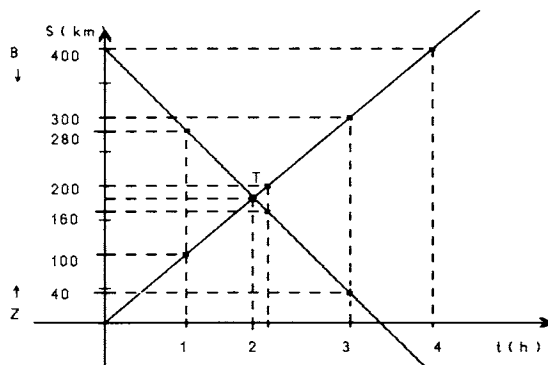
$$s \text{ (ukupan)} = 400 \text{ km}$$

$$v_Z = 100 \text{ km/h}$$

$$v_B = 120 \text{ km/h}$$

$$\text{mjesto susreta} = ?$$

$$\text{vrijeme susreta} = ?$$



NACRTAMO KOORDINATNI SUSTAV NA Y OSI OZNAČIMO PUT U KM, A NA X OSI VRIJEME U SATIMA. ZADANE SU NAM BRZINE VLAKOVA. ZAGREBAČKI VLAK VOZI 100 km/h ŠTO ZNAČI DA U 1. SATU PRIJEDJE 100 KM, ZNAČI DA JE NAKON 2 SATA PREŠAO PUT OD 200 KM, NAKON 3 SATA PUT OD 300 KM, A NAKON 4 SATA PUT OD 400 KM.

BEOGRADSKI VLAK VOZI BRZINOM OD 120 km/h ŠTO ZNAČI DA U JEDNOM SATU PRIJEDJE PUT OD 120 KM, NAKON 2 SATA PREŠAO JE 240 KM, A NAKON 3 SATA 360 KM.

VLAKOVI VOZE JEDAN PRMA DRUGOME T.J. BEOGRADSKI IZ BEOGRADA PREMA ZAGREBU, A ZAGREBAČKI IZ ZAGREBA PREMA BEOGRADU,

ZATO SMO U KOORDINATNOM SUSTAVU NA Y OSI OZNAČILI VRIJEDNOSTIMA PUTA ZA ZAGREBAČKI VLAK PO SATIMA PREMA GORE: 100 KM,

200 KM, 300 KM I 400 KM, A ZA BEOGRADSKI PREMA DOLJE PO SAIMA $400 - 120 = 280$ KM, 280 KM $- 120$ KM $= 160$ KM, $160 - 120 = 40$ KM. SJECIŠTEM PRAVACA KROZ DOBIVENE TOČKE DOBILI SMO I MJESTO I VRIJEME SUSRETA (TOČKA T).

RAČUNSKI:

VRIJEME SUSRETA JE ISTO ZA OBA VLAKA T.J. $t_Z = t_B$ FORMULA ZA IZRAČUNAVANJE VREMENA JE $t = \frac{S}{v}$

$$t_Z = t_B$$

$$\frac{S_Z}{v_Z} = \frac{S_B}{v_B}$$

$$\frac{400 - S_B}{100} = \frac{S_B}{120} \quad \text{unakrsno izmnožimo}$$

$$\text{Sveukupno} = S_Z + S_B$$

$$400 = S_Z + S_B$$

$$S_Z = 400 - S_B$$

$$120(400 - S_B) = 100 S_B / : 100$$

$$\frac{120(400 - S_B)}{100} = S_B$$

$$1,2(400 - S_B) = S_B$$

$$480 - 1,2 S_B = S_B$$

$$480 = S_B + 1,2 S_B$$

$$480 = 2,2 S_B / : 2,2$$

$$\frac{480}{2,2} = S_B$$

$$S_B = 218 \text{ km}$$

TO ZNAČI DA JE BEOGRADSKI VLAK PREŠAO 218 KM DO MJESTA SUSRETA, A ZAGREBAČKI VLAK $S_Z = 400 - S_B = 400 - 218 = 182$ KM. OD ZAGREBA DO MJESTA SUSRETA.

MOŽEMO PROVJERITI DOBIVENI REZULTAT IZRAČUNAVANJEM VREMENA

$$t_Z = \frac{S_Z}{v_Z} = \frac{182}{100} = 1,82 \text{ h}$$

$$t_B = \frac{S_B}{v_B} = \frac{218}{120} = 1,82 \text{ h}$$

JEDNOLIKO UBRZANO I JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE

OMJER PROMJENE BRZINE I PRIPADNOG VREMENA JE UBRZANJE ILI AKCELERACIJA, KAO I KOD BRZINE AKCELERACIJU ČEMO ZVATI SREDNJOM (\bar{a}), AKO VREMENSKI INTERVAL U KOJEM PROMATRAMO PROMJENU BRZINE NIJE NEIZMJERNO MALI. $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ SI - JEDINICA ZA AKCELERACIJU JE $\frac{m}{s^2}$.

PRAVA ILI TRENUTNA AKCELERACIJA (a) JE JEDNAKA GRANIČNOJ VRIJEDNOSTI OMJERA INTERVALA BRZINE I INTERVALA VREMENA KADA INTERVAL VREMENA TEŽI PREMA NULI. $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$

JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE

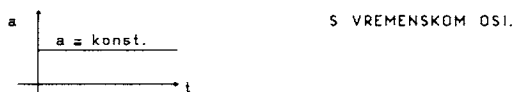
TIJELO SE GIBA JEDNOLIKO UBRZANO KADA U JEDNAKIM VREMENSKIM INTERVALIMA DOBIVA JEDNAKE PRIRASTE U BRZINI (AKCELERACIJA)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \bar{a} = a = \text{const.} \quad a = \frac{v}{t} \quad \Delta v = v_2 - v_1 \quad \Delta t = t_2 - t_1 \quad \text{interval vremena} = \text{krajnje vrijeme} - \text{početno vrijeme}$$

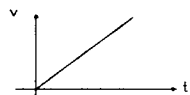
$$\text{interval vremena} = \text{krajnja brzina} - \text{početna brzina}$$

OMJER INTERVALA BRZINE I INTERVALA VREMENA UVIJEK JE JEDNAK.

GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI AKCELERACIJE KAO FUNKCIJE VREMENA ZA JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE JE PRAVAC KOJI JE PARALELAN S



GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI BRZINE O VREMENU ZA JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE JE PRAVAC KOJI PROLAZI ISHODIŠTEM.



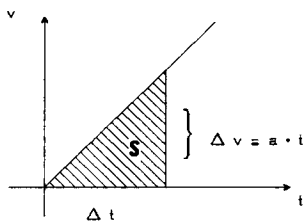
ODREĐIVANJE PUTA KOD JEDNOLIKOG UBRZANOG GIBANJA - GRAFIČKOM METODOM:

POVRŠINA PRAVOKUTNOG TROKUTA IZNOSI $P = \frac{a \cdot b}{2}$. KADA TO IZRAČUNAMO POMOĆU FIZIČKIH VELIČINA KOJE U PREDSTAVLJENE NA GRAFIKONU, DOBIVAMO:

$$S = \frac{(t-0) \cdot v}{2} = \frac{t \cdot v}{2} = \frac{t \cdot a \cdot t}{2} = \frac{a}{2} t^2 \quad \text{PUT ŠTO GA PRIJEDJE TIJELO ZA VRIJEME } t,$$

GIBAJUĆI SE OD POČETKA GIBANJA JEDNOLIKO UBRZANO JEDNAK JE UMNOŠKU POLOVICE AKCELERACIJE I KVADRATU PROTEKLOG VREMENA, T.J.

$$S = \frac{a}{2} t^2$$

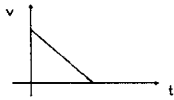


JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE

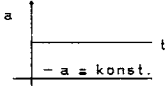
JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE JE GIBANJE KOD KOJEG TIJELO U JEDNAKIM VREMENSKIM INTERVALIMA IMA JEDNAKE GUBITKE U BRZINI.

$\bar{a} = a = \text{const}$ AKO SE TIJELO GIBA JEDNOLIKO USPOREDNO, AKCELERACIJA JE NEGATIVNA.

GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI BRZINE O VREMENU ZA JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE JE PRAVAC (KOSI)



GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI AKCELERACIJE KAO FUNKCIJE VREMENA ZA JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE JE PRAVAC PARALELAN S VREMENSKOM OSI.



ZA JEDNOLIKO UBRZANO I JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE VRIJEDE IZRAZI: (BEZ POČETNIH BRZINA)

$$a = \frac{v}{t} \quad s = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2} \quad v^2 = v_0^2 + 2as$$

v_0 = POČETNA BRZINA (m/s)

v = BRZINA (ILI UKUPNA BRZINA) (m/s)

s = PUT (m)

t = VRIJEME (s)

a = AKCELERACIJA (m/s² ILI km/h²)

U PRIRODI ČESTO NAILAZIMO NA JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE, KOJE NAZIVAMO SLOBODNI PAD. KAŽEMO DA TIJED SLOBODNO PADA KADA SE NALAZI U BLIZINI ZEMLJANE POVRŠINE GIBA POD UTJECAJEM SAMO PRIVLAČNE SILE ZEMLJE. AKCELERACIJA SVAKOG TIJELO KOJE SLOBODNO PADA IZNOSI 9,81 m/s² NA 45° GEOGRAFSKE ŠIRINE ZEMLJE PRI POVRŠINI MORA. OZNAČAVAMO JE S g I ZOMEMO AKCELERACIJOM SILE TEŽE ZEMLJE. IZRAZI ZA SLOBODNI PAD GLASE:

$$v = g \cdot t \quad s = \frac{g}{2} t^2 \quad v^2 = 2gs$$

FORMULE KOJE KORISTIMO :

- UBRZANO I USPORENO GIBANJE BEZ POČETNIH BRZINA

$$\begin{aligned} a &= \frac{v}{t} & s &= \frac{a}{2} t^2 & v^2 &= 2 \cdot a \cdot s \\ v &= a \cdot t & a &= \frac{2 \cdot s}{t^2} & v &= \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \\ t &= \frac{v}{a} & t &= \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} & a &= \frac{v^2}{2 \cdot s} \\ & & s &= \frac{v^2}{2 \cdot a} \end{aligned}$$

- UBRZANO I USPORENO GIBANJE SA POČETNOM BRZINOM v_0

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \cdot t & s &= v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2 \\ v_0 &= v - a \cdot t & a &= \frac{2(s - v_0 \cdot t)}{t^2} \\ t &= \frac{v - v_0}{a} & v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \\ a &= \frac{v - v_0}{t} & v_0^2 &= v^2 - 2 \cdot a \cdot s \\ & & a &= \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s} \\ & & s &= \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} \end{aligned}$$

- SLOBODAN PAD

$$\begin{aligned} g &= \frac{v}{t} & s &= \frac{g}{2} t^2 & v^2 &= 2 \cdot g \cdot s \\ v &= g \cdot t & t &= \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}} & s &= \frac{v^2}{2 \cdot g} \\ t &= \frac{v}{g} \end{aligned}$$

1.41. $t = 3 \text{ min} = 3 \cdot 60 = 180 \text{ s} = 3 \text{ min} : 60 = 0,05 \text{ h}$

$$v = 56,2 \text{ km/h} = 56,2 \cdot \frac{1000}{3600} = 15,61 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = ? \quad \text{km/h}^2, \quad \text{m/s}^2$$

$$\bar{a} = \frac{v}{t} = \frac{15,61}{180} = 0,0867 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{a} = \frac{v}{t} = \frac{56,2}{0,05} = 1124 \text{ km/h}^2$$

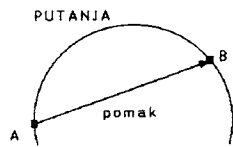
SLOŽENA GIBANJA

DO SADA SMO PROMATRALI JEDNOSTAVNA GIBANJA, NPR. GIBANJE POD UTJECajem JEDNE STALNE SILE ILI GIBANJE NASTALO JEDNIM IMPULSOM SILE.

KAŽEMO: GIBANJE JE TIJELA SLOŽENO AKO TIJELO VRŠI ISTODOBNO DVA ILI VIŠE JEDNOSTAVNIH GIBANJA.

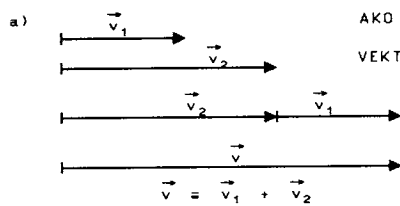
PRI TAKVU GIBANJU VRIJEDI PRINCIP NEZAVISNOSTI GIBANJA KOJI GLASI:

AKO TIJELO VRŠI ISTOVREMENO DVA (ILI VIŠE) GIBANJA, TADA JE TOČKA U KOJU TIJELO TIM GIBANJEM STIGNE NEOVISNA O TOME DA LI SE GIBANJA VRŠE ISTOVREMENO ILI TIJELO NAJPRIJE IZVRŠI SAMO JEDNO GIBANJE, A AZTIM NEOVISNO O TOM GIBANJU, DRUGO GIBANJE U JEDNAKOM VREMENSKOM INTERVALU. SLOŽENA GIBANJA MOGU BITI PRAVOCRTNA (NPR. HITAC PREMA DOLJE I VERTIKALAN HITAC) I KRIVOCRTNA (NPR. HORIZONTALNI I KOSI HITAC).

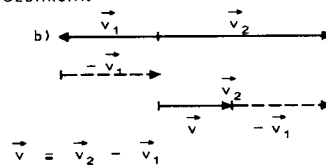


KADA TIJELO IZ TOČKE A DODJE U TOČJU B, TADA JE VEKTOR \vec{AB} NJEGOV POMAK BEZ OBZIRA NA TO KAKO JE TIJELO PUTOVALO IZ A U B. PRI JEDNOSTAVNOM PRAVOCRTNOM GIBANJU POMAK JE JEDNAK PUTU A PRI OPĆENITOM SE GIBANJU POMAK I PUT MOGU RAZLIKOVATI. PRI SLOŽENOM GIBANJU REZULTANTNI VEKTOR POMAKA, BRZINE I AKCELERACIJE DOBIVA SE KAO VEKTORSKI ZBROJ ODGOVARAJUĆIH VELIČINA GIBANJA OD KOJIH JE TO GIBANJE SLOŽENO.

1. AKO VEKTORI KOMPONENATA LEŽE NA ISTOM PRAVCU, ZBRAJAJU SE ALGEBARSKI:

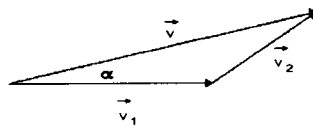
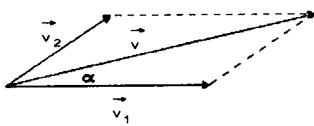


AKO SU U ISTOM SMJERU
VEKTORE ZBRAJIMO



AKO SU U SUPROTNIM
SMJEROVIMA ONDA
VEKTORE ODUZMEMO.
VELIČINA REZULTANTE
JEDNAKA JE RAZLIČI KOMPONENATA, A SMJER JOJ JE
ISTI KAO I SMJER VEĆE KOMPONENTE.

2. KADA NA TIJELO ISTOVREMENO DJELUJU U ISTOJ TOČKI DVIJE BRZINE POD NEKIM KUTEM, REZULTANTU DOBIVAMO KONSTRUKCIJOM PARALELOGRAMA SILA ILI TROKUTA SILA.



F_R = REZULTIRAJUĆA SILA

\vec{v} ILI v_R ILI v = REZULTIRAJUĆA BRZINA

a) $\alpha = 90^\circ$

$$v_R = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

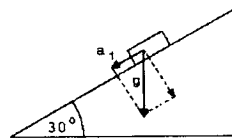
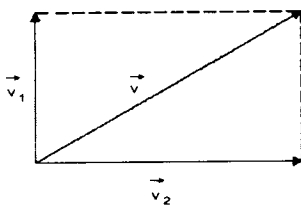
b) $\alpha = 30^\circ$

$$v_R^2 = v_1^2 + v_2^2$$

POMOĆU TRIGONOMETRIJE

$$a = g \cdot \sin 30^\circ$$

$$a = g \cdot 0.5 = \frac{g}{2}$$

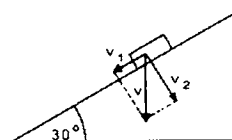


$$v_2 = v \cdot \sin 30^\circ$$

$$v_2 = v \cdot 0.5$$

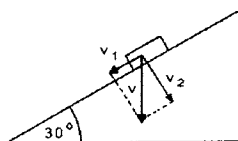
$$v_1 = v \cdot \cos 30^\circ$$

$$v_1 = v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$



- ZA BRZINU OBJAŠNENJE GRAFIČKIH PRIKAZA ZA KUT OD 30° PO SLIKAMA:

SLIKA 1.



- NACRTAMO KUT OD 30°. NA KUTU OZNAČIMO NEKO TIJELO I NACRTAMO KOMPONENTU v_1 KOJA IDE NIZ KOSINU, I KOMPONENTU v_2 KOJA JE OKOMITA NA KOMPONENTU v_1 . NACRTAMO NJIHOV PARALELOGRAM I DOBIJEMO REZULTANTU v . DOBILI SMO DVA PRAVOKUTNA TROKUTA KOJI IMAJU KUTEVE OD 30° I 60°.

DOBIJEMO PARALELOGRAM BRZINA, A REZULTIRAJUĆA BRZINA v JE VEKTORSKI ZBROJ TIH BRZINA.

1.139. ZADATAK RJEŠAVAMO I RAČUNSKI I GRAFIČKI (SMJER AVIONA)

BRZINA AVIONA PREMA ZRAKU v_1 JE STVARNA BRZINA AVIONA, BEZ UTJECAJA VJETRA.

BRZINA VJETRA JE v_2 KOJI PUŠE SA ISTOKA.

$$v_1 = 720 \text{ km/h} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

v (rezultanta) = ?

smjer aviona = ?

Mjerilo: M 10:1

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \text{ cm}$$

TO ZNAČI DA BRZINU

v_1 CRTAMO KAO VEKTOR OD 20 cm, A

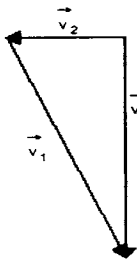
BRZINU v_2 KAO VEKTOR OD 2 cm.

REZULTANTU BRZINU v MOŽEMO

IZMJERITI RAVNALOM, RJEŠENJE SMO

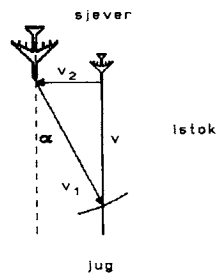
DOBILI U cm KOJE POMNOŽIMO SA 10

I DOBIJEMO VRIJEDNOSTI BRZINE.



a) AVION ŽELI LETJETI PREMA JUGU.

v (BRZINA AVIONA REZULTANTNA)



GRAFIČKI: PRVO NACRTAMO BRZINU v_2 KAO VEKTOR \vec{v}_2 KOJI IZNOSI 2 cm. ZATIM

OKOMITO NA HVATIŠTE VEKOTR \vec{v}_2 POVUČEMO PRAVAC KOJI ŽE PREDSTAVLJATI

REZULTANTNU BRZINU \vec{v} . U ŠESTAR UZMEMO DUŽINU VEKTORA $\vec{v}_1 = 20 \text{ cm}$ I

STAVIMO GA U VRH VEKTORA \vec{v}_2 I ZAROTIRAMO. GDJE ŠESTAR SJEČE PRAVAC v

TU JE VRH \vec{v} . IZMJERIMO VEKTOR $\vec{v} = 19,9 \text{ cm}$ ŠTO ZNAČI DA BRZINA

REZULTANTNA $v = 19,9 \cdot 10$ (ZBOG MJERILA U KOJEM SMO CRTALI) = 199 m/s

KUT α T.J. SMJER AVIONA IZMJERIMO KUTOMJEROM. AVION IMA SMJER PREMA

JUGDISTOKU.

RAČUNSKI: IZ SKICE VIDIMO DA REZULTANTNA BRZINA PREDSTAVLJA JEDNU OD KATETA

PRAVOKUTNOG TROKUTA, A BRZINA AVIONA v_1 HIPOTENUZU. ZATO KORISTIMO

PITAGORIN TEOREM O PRAVOKUTNOM TROKUTU.

$$v_1^2 = v^2 + v_2^2$$

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{200^2 - 20^2} = \sqrt{40\,000 - 400} = \sqrt{39\,600} =$$

$$= 198,99 = 199 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

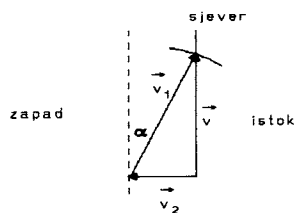
b) AVION ŽELI LETJETI PREMA SJEVU = NA ISTI NAČIN KAO U ZADATKU a) RIJEŠIMO I RAČUNSKI I GRAFIČKI, SAMO SLIKA

IZGLEDA OVAKO:

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{200^2 - 20^2} = \sqrt{40\,000 - 400} = \sqrt{39\,600} =$$

$$= 198,99 = 199 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

KUT $\alpha = 5^\circ$, SMJER AVIONA PREMA SJEVEROISTOKU.



c) AVION ŽELI LETJETI PREMA ISTOKU



$$v = v_1 + v_2 = 200 + 20 = 220 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

SMJER AVIONA JE PREMA ISTOKU.

d) AVION ŽELI LETJETI PREMA ZAPADU



$$v = v_1 - v_2 = 200 - 20 = 180 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

SMJER AVIONA JE PREMA ZAPADU.

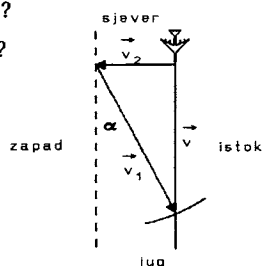
1.140. $v_1 = 400 \text{ km/h}$

$$S = 800 \text{ km}$$

$$v_2 = 50 \text{ km/h}$$

$v = ?$

$t = ?$



BRZINA AVIONA S OZBIROM NA ZRAK v_1 JE STVARNA BRZINA AVIONA.

BRZINA VJETRA v_2 KOJI PUŠE SA ISTOKA.

PRVO MORAMO IZRAČUNATI REZULTANTNU BRZINU v . GLEDAJ OBJAŠNENJE GRAFIČKOG I

RAČUNSKOG DIJELA ZADATAKA U ZADATKU BROJ. 1.139.

VIDIMO IZ CRTEŽA DA JE REZULTANTNA BRZINA v JEDNA OD KATETA

PRAVOKUTNOG TROKUTA. ZATO ZADATAK RJEŠAVAMO POMOĆU PITAGORINOG

TEOREMA.

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{400^2 - 50^2} = \sqrt{160\,000 - 2\,500} = \sqrt{157\,500} = 396,9 =$$

$$= 397 \text{ km/h}$$

1.150. $\alpha = ?$

$$t_2 = 5 \cdot t_1$$

S_1 = VISINA KOSINE

S_2 = DULJINA KOSINE

g = AKCELERACIJA SILE TEŽE

a = AKCELERACIJA KOJA TIJELO DOBIJE GIBANJEM NIZ KOSINU

VIDIMO IZ SLIKE DA SU TROKUTI SLIČNI PA MOŽEMO STAVITI U OMJER

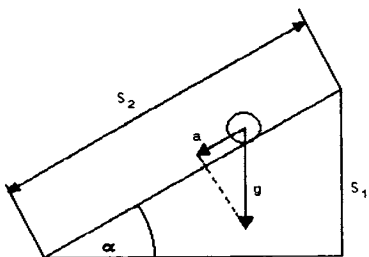
$$\frac{a}{S_1} = \frac{g}{S_2}$$

$$a \cdot S_2 = g \cdot S_1 \quad / : S_2$$

$$a = g \cdot \frac{S_1}{S_2}$$

PUT ZA SLOBODNI PAD $S_1 = \frac{g}{2} t_1^2$

PUT ZA KOSINU $S_2 = \frac{a}{2} t_2^2$



ZATO IZ $S_1 = \frac{g}{2} t_1^2$ I $S_2 = \frac{a}{2} t_2^2$, PROIZLAZI DA JE S_1 I $S_2 = t_1$ I $t_2 = 1:5$. AKO NACRTAMO KOSINU S ODGOVARAJUĆIM ODNOSOM DULJINE I VISINE, MOŽEMO IZMJERITI KUT $\alpha = 12^\circ$.

RAČUNSKI: $a = g \cdot \sin \alpha$, $S_1 = \frac{g}{2} t_1^2$, $S_2 = \frac{a}{2} t_2^2$, $t_1^2 = \frac{2 \cdot S_1}{g}$, $t_2^2 = \frac{2 \cdot S_2}{g \cdot \sin \alpha}$, $t_2 = 5 t_1$

$$\sin \alpha = 0,2$$

$$\alpha = 11,5^\circ$$

1.151. $\alpha = ?$

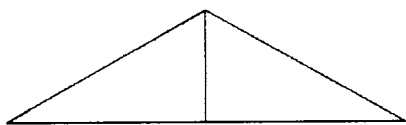
stranica a baza = b

t = najkraće vrijeme

$$s = \frac{a}{2} t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

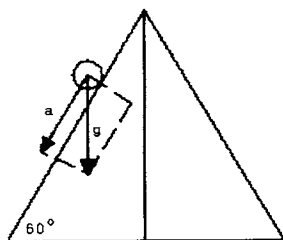
KROV



POKUŠAT ĆEMO RIJEŠITI NA 2 NAČINA - PRVI, AKO KROV IMA OBLIK JEDNAKOSTRANIČNOG TROKUTA GDJE JE KUT $\alpha = 60^\circ$
 - DRUGI AKO KROV IMA OBLIK JEDNAKOKRAČNOG TROKUTA GDJE JE KUT $\alpha = 45^\circ$

PRVI NAČIN - JEDNAKOSTRANIČAN TROKUT

SLIKA 1



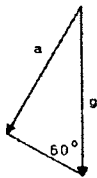
SLIKA 1

DOBILI SMO DVA PRAVOKUTNA TROKUTA SA KUTEVIMA $90^\circ, 30^\circ$ I 60°
 - JEDAN TROKUT IZVADIMO VAN (SLIKA 2)

- NA Taj TROKUT NADODAMO ISTO TAKAV DA BI DOBILI JEDNAKO-
 STRANIČAN TROKUT SA STRANICOM g $g = 10 \frac{m}{s^2}$ (SLIKA 3)

IZ SLIKE 3 VIDIMO DA JE VISINA $a = \frac{g \sqrt{3}}{2} = \frac{10 \cdot 1,73}{2} = 8,65 m/s^2$

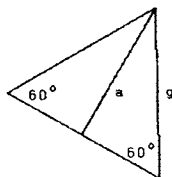
SLIKA 2



$$\text{UBACIMO U FORMULU ZA VRIJEME } t^2 = \frac{2S}{a} = \frac{2S}{8,65} =$$

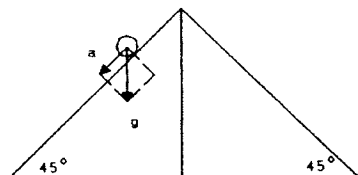
$$t = \sqrt{0,2 \cdot 5} = \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{5} = 0,45 \cdot \sqrt{5}$$

SLIKA 3



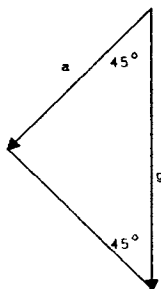
DRUGI NAČIN - JEDNAKOKRAČAN TROKUT

SLIKA 1.



- DOBILI SMO DVA JEDNAKOKRAČNA PRAVOKUTNA TROKUTA.

SLIKA 2.



KOD JEDNAKOKRAČNOG TROKUTA ČIJE SU 2 STRANICE JEDNAKE A KUT IZMEĐU TIH DVIJU STRANICA JE PRAVI, MOŽEMO IZRAČUNATI POMOĆU PITAGORINOG TEOREMA.

$$\text{HIPOTENUZA}^2 = \text{KATETA}_1^2 + \text{KATETA}_2^2$$

POŠTO SU NAM KATETE JEDNAKE MOŽEMO PISATI I OVAKO

$$\text{HIPOTENUZA}^2 = 2 \text{ KATETA}^2$$

$$g^2 = 2 \cdot a^2$$

$$100 = 2 \cdot a^2 / : 2$$

$$50 = a^2 / \sqrt{\quad}$$

$$a = \sqrt{50} = 7,07 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \sqrt{25 \cdot 2}$$

$$a = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2}$$

$$a = 5\sqrt{2}$$

$$\text{UBACIMO U FORMULU ZA VRIJEME } t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{7,07}} = \sqrt{0,28 \cdot 5} = 0,53 \cdot \sqrt{5}$$

AKO USPoredIMO VRIJEME DOBIVENO U PRVOM I DRUGOM SLUČAJU VIDIMO DA JE KOD KROVA KOJI IMA KUT OD 45° VODA BRŽE PALA SA NJEGA.

1.152. $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ kosina

$$\alpha = 32^\circ$$

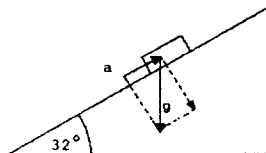
$$v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a) $S = ?$

$$t = ? \quad \text{uspinjanja}$$

b) $t = ?$ povratka

$$t = 5,8 \text{ sek}$$



a) JEDINO MOŽEMO RIJEŠITI TRIGONOMETRIJOM, ZNAMO DA

$$a = g \cdot \sin$$

$$a = 9,81 \cdot \sin 32^\circ = 9,81 \cdot 0,53 = 5,1993 = 5,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = v_0 - a \cdot t \quad \text{za } v = 0 \quad v_0 = a \cdot t$$

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{30}{5,2} = 5,8 \text{ sek}$$

$$S = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2 = 30 \cdot 5,8 - \frac{5,2}{2} \cdot 5,8^2 = 174 - 87,464 = 86,536 = 86,5 \text{ m}$$

VRIJEME USPINJANJA JEDNAKO JE VREMENU POVRATKA.

1.153. VERTIKALAN HITAC

$$t_0 = 20 \text{ sek}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = ?$$

 $t_0 =$ VRIJEME TRAJANJA HICA

$$t_0 = 2 t_H$$

$$t_H = \frac{t_0}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ sek} \quad \text{JE VRIJEME USPINJANJA ILI VRIJEME PADANJA}$$

$$t_H = \frac{v_0}{g} \quad v_0 = t_H \cdot g = 10 \cdot 9,81 = 98,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

IZ CRTEŽA JE VIDLJIVO DA JE: $\sin \alpha = \frac{L/2}{L} = \frac{L}{2}$ $\alpha = 30^\circ$

VERTIKALNA KOMPONENTA TE BRZINE $v_v = v \cdot \cos \alpha = v \cdot \cos 30^\circ = v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{g \cdot L \cdot 3}}{2}$

VERTIKALNA KOMPONENTA BRZINE KOJOM SE KUGLICA ODBIJA TAKODJER JE $v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3 \cdot g \cdot L}}{2}$

TAKO ĆEMO VISINU h DO KOJE ĆE KUGLICA ODSKOČITI DOBITI IZ IZRAZA:

$$\frac{mv_v^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$

$$v_v^2 = 2 g h \quad \text{UVRSTIMO VRIJEDNOST VERTIKALNE KOMPONENTE TE DOBIVAMO}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3 \cdot g \cdot L}}{2}\right)^2 = 2 g h$$

$$\frac{3 g \cdot L}{4} = 2 g h / \cdot 4$$

$$3 g \cdot L = 8 g h$$

$$h = \frac{3 \cdot L}{8}$$

1.285. ELASTIČAN SUDAR

$$L_1 = 10 \text{ cm}$$

$$L_2 = 6 \text{ cm}$$

$$m_1 = 8 \text{ g}$$

$$m_2 = 20 \text{ g}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\alpha_1 = ? \quad \alpha_2 = ?$$

PRIJE SUDARA

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} / \cdot 2$$

BRZINA $v_2 = 0$ JER KUGLICA MASE m_2 MIRUJE

PRIJE SUDARA, PA IMAMO:

$$1. \quad m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 / m_1$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + \frac{m_2}{m_1} \cdot v_2'^2$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + \frac{20}{8} \cdot v_2'^2$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2,5 \cdot v_2'^2$$

$$2. \quad m_1 v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 v_2' / : m_1$$

$$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} \cdot v_2'$$

$$v_1 = v_1' + \frac{20}{8} \cdot v_2'$$

$$v_1 = v_1' + 2,5 \cdot v_2'$$

$$v_1' = v_1 - 2,5 \cdot v_2'$$

UVRSTIMO U $v_1'^2$ NJEGOVU VRIJEDNOST $v_1'^2 = v_1^2 - 2,5 \cdot v_2'^2$

$(v_1 - 2,5 v_2')^2 = v_1^2 - 5 \cdot v_1 \cdot v_2' + 6,25 \cdot v_2'^2$ UBACIMO U JEDNADŽBU

$$v_1^2 = v_1^2 - 5 \cdot v_1 \cdot v_2' + 6,25 v_2'^2 + 2,5 \cdot v_2'^2$$

$$5 \cdot v_1 \cdot v_2' = 8,75 v_2'^2 / 5 \cdot v_2'$$

$$v_1 = 1,75 \cdot v_2'$$

BRZINU v_1 MOŽEMO ODREDITI IZ $m \cdot g \cdot h = \frac{m v_1^2}{2}$ $h = L_1 - L = L_1 - L_1 \cos 60 = 10 - 10 \cdot 0,5 = 10 - 5 = 5 \text{ cm} = 0,05$

$$2 \cdot 10 \cdot 0,05 = v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{1} = 1 \text{ m/s}$$

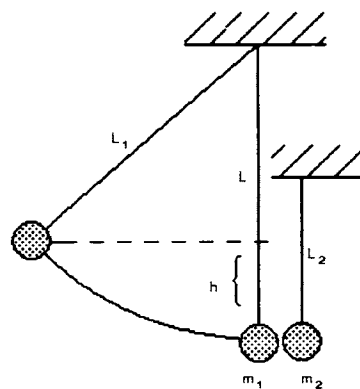
$$v_1 = 1,75 \cdot v_2'$$

$$1 = 1,75 \cdot v_2' / : 1,75$$

$$v_2' = 0,57 \text{ m/s}$$

$$v_1' = v_1 - 2,5 \cdot v_2'$$

$$v_1' = 1 - 2,5 \cdot 0,57 = 1 - 1,425 = -0,425 \text{ m/s}$$



Cijena kompletne zbirke Fizika 1 za prvi razred srednje škole po Žutoj zbirci je 99 kn

Sve dodatne informacije i narudžbe na:

01-4578-431

ili

098-237-534

ili

na mail: mim-sraga@zg.htnet.hr

iz naše ponude izdvajamo:

Univerzalna zbirka potpuno riješenih zadataka Matematika 1 – algebarski izrazi i razlomci



Univerzalna zbirka potpuno riješenih zadataka Matematika 1 – jednačbe nejednačbe



Univerzalna zbirka potpuno riješenih zadataka Matematika 2 – kvadratna jednačba



sve ostale zbirke potpuno riješenih zadataka potražite na

www.mim-sraga.com

POTPUNO riješeni zadaci po ŠKOLSKOJ ZBIRCI

MAT-1- za GIMNAZIJE . Dakić Elezović

samo vrlo mali izbor zadataka:

2.3. Rastavljanje na faktore

11.

$$\begin{aligned} 1.) \quad 2ab + 4a + b^2 + 2b &= 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot 2 \cdot a + b \cdot b + 2 \cdot b = \\ &= 2a \cdot (b+2) + b \cdot (b+2) = \\ &= 2a \cdot \underline{(b+2)} + b \cdot \underline{(b+2)} = \\ &= (b+2) \cdot (2a+b) \end{aligned}$$

Dodatno objašnjenje :

$$2ab + 4a + b^2 + 2b = \overset{1.}{2 \cdot a \cdot b} + \overset{2.}{2 \cdot 2 \cdot a} + \overset{3.}{b \cdot b} + \overset{4. \text{ član zadanog izraza}}{2 \cdot b} =$$

U prva dva člana Z.F. je: 2a Trećem i četvrtom članu Z.F. je: b

$$\begin{aligned} 2.) \quad 6ab + 9a + 4b + 6 &= \underbrace{3 \cdot 2 \cdot a \cdot b + 3 \cdot 3 \cdot a}_{3a \cdot (2b+3)} + \underbrace{2 \cdot 2 \cdot b + 2 \cdot 3}_{2 \cdot (2b+3)} = \\ &= 3a \cdot (2b+3) + 2 \cdot (2b+3) = \\ &= 3a \cdot \underline{(2b+3)} + 2 \cdot \underline{(2b+3)} = \\ &= (2b+3) \cdot (3a+2) \end{aligned}$$

12.

Ovdje prvi put susrećemo šesteročlani izraz , Z.F. izlučujemo prvo iz dva po dva člana ... pa dalje već poznatim putem...

$$\begin{aligned} 1.) \quad a^3 - 2ab - a^3b + 2ab^2 + a^2b - 2b^2 &= \underbrace{a \cdot a^2 - 2 \cdot a \cdot b}_{a \cdot (a^2 - 2b)} - \underbrace{a \cdot a^2 \cdot b + 2 \cdot a \cdot b \cdot b}_{ab \cdot (a^2 - 2b)} + \underbrace{a^2 \cdot b - 2 \cdot b \cdot b}_{b \cdot (a^2 - 2b)} = \\ &= a \cdot (a^2 - 2b) - ab \cdot (a^2 - 2b) + b \cdot (a^2 - 2b) = \\ &= a \cdot \underline{(a^2 - 2b)} - ab \cdot \underline{(a^2 - 2b)} + b \cdot \underline{(a^2 - 2b)} = \\ &= (a^2 - 2b) \cdot (a - ab + b) \end{aligned}$$

13.

Kod ovog zadatka podrazumjevam da smo do sada svladali izlučivanje zajedničkog faktora Z. F. pa ću taj dio posla raditi malo skraćeno načinom ustvari onako kako to radite u školi

$$\begin{aligned}
 1.) \quad & (2a-1)(a+2)^2 - 8a(2a-1) = && \rightarrow \text{izlučimo Z. F. } (2a-1) \\
 & = (2a-1) \cdot ((a+2)^2 - 8a) = \\
 & = (2a-1) \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 - 8a) = \\
 & = (2a-1) \cdot (a^2 + 4a + 4 - 8a) = \\
 & = (2a-1) \cdot (a^2 - 4a + 4) = \\
 & = (2a-1) \cdot (a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2) = \\
 & = (2a-1) \cdot (a-2)^2
 \end{aligned}$$

→ u drugoj zagradi treba prepoznati kvadrat razlike

$$\begin{aligned}
 2.) \quad & (a-2)(a-1)^2 + 4a(a-2) = && \rightarrow \text{izlučimo Z. F. } (a-2) \\
 & = (a-2) \cdot [(a-1)^2 + 4a] = \\
 & = (a-2) \cdot (a^2 - 2a + 1 + 4a) = \\
 & = (a-2) \cdot (a^2 + 2a + 1) = \\
 & = (a-2) \cdot (a+1)^2
 \end{aligned}$$

} $a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2$

14.

$$\begin{aligned}
 1.) \quad & \left. \begin{array}{l} A^2 - B^2 = (A-B) \cdot (A+B) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 = (a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2 = \\ = (a^2 + b^2 - 2ab) \cdot (a^2 + b^2 + 2ab) = \\ = (a^2 - 2ab + b^2) \cdot (a^2 + 2ab + b^2) = \\ \downarrow \text{br. (3)} \quad \downarrow \text{br. (1)} \\ = (a-b)^2 \cdot (a+b)^2 = \\ = (a-b)^2 \cdot (a+b)^2 \end{array} \right\} \rightarrow \text{prepoznaj razliku kvadrata i rastavi je na zaktore...} \\
 & \rightarrow \text{Prepoznaj formule br. (3) i (1)}
 \end{aligned}$$

17.

$$\begin{aligned}
 1.) \quad 4a^2b^2 - 4b^2 - a^2 + 1 &= \underbrace{4 \cdot a^2 \cdot b^2 - 4 \cdot b^2 \cdot 1}_{4b^2 \cdot (a^2 - 1)} - \underbrace{1 \cdot a^2 - 1 \cdot (-1)}_{-1 \cdot (a^2 - 1)} = && \rightarrow \text{pregrupiraj i izluči Z. F. ...} \\
 &= 4b^2 \cdot (a^2 - 1) - 1 \cdot (a^2 - 1) = && \rightarrow \text{izlučimo Z. F. } (a^2 - 1) \\
 &= (a^2 - 1) \cdot (4b^2 - 1) = \\
 &= (a^2 - 1^2) \cdot ((2b)^2 - 1^2) = \\
 &= (a - 1) \cdot (a + 1) \cdot (2b - 1) \cdot (2b + 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.) \quad a^2b^2 - 4a^2 - 4b^2 + 16 &= a^2 \cdot b^2 - 4 \cdot a^2 - 4 \cdot b^2 - 4 \cdot (-4) = && \rightarrow 16 = (-4) \cdot (-4) \\
 &= a^2 \cdot (b^2 - 4) - 4 \cdot (b^2 - 4) = \\
 &= (b^2 - 4) \cdot (a^2 - 4) = \\
 &= (b^2 - 2^2) \cdot (a^2 - 2^2) = \\
 &= (b - 2) \cdot (b + 2) \cdot (a - 2) \cdot (a + 2)
 \end{aligned}$$

INTERNA skripta centra za poduku M.I.M.-Sraga
 Autor kompletnih rješenja : Mladen Sraga (za potrebe provođenja
 poduke i dopisne poduke ...)
 Autori originalne zbirke: Dakić-Elezović

2.4. algebarski razlomci

3.

$$1.) \quad \frac{a^2 - 16}{3a^2 + 12a} = \frac{a^2 - 4^2}{3 \cdot a \cdot a + 3 \cdot 4 \cdot a} = \frac{(a-4) \cdot (a+4)}{3 \cdot a \cdot (a+4)} = \frac{a-4}{3a}$$

$$2.) \quad \frac{2a^2 - 18}{4a^2 + 12a} = \frac{2 \cdot a^2 - 2 \cdot 9}{4 \cdot a \cdot a + 4 \cdot 3 \cdot a} = \frac{2 \cdot (a^2 - 9)}{4 \cdot a \cdot (a+3)} = \frac{2 \cdot (a^2 - 3^2)}{2 \cdot 2 \cdot a \cdot (a+3)} = \frac{(a-3)(a+3)}{2 \cdot a \cdot (a+3)} = \frac{a-3}{2a}$$

Prepoznaj razliku kvadrata i rastavi je na faktore
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \downarrow$

$$3.) \quad \frac{3a^2 - 27}{4a^2 - 12a} = \frac{3 \cdot a^2 - 3 \cdot 9}{4 \cdot a \cdot a - 4 \cdot 3 \cdot a} = \frac{3 \cdot (a^2 - 9)}{4 \cdot a \cdot (a-3)} = \frac{3 \cdot (a^2 - 3^2)}{4 \cdot a \cdot (a-3)} = \frac{3 \cdot (a-3) \cdot (a+3)}{4 \cdot a \cdot (a-3)} = \frac{3 \cdot (a+3)}{4a}$$

$$4.) \quad \frac{a^3 - 25a}{2a^2 - 10a} = \frac{a^1 \cdot a^2 - 25 \cdot a}{2 \cdot a \cdot a - 2 \cdot 5 \cdot a} = \frac{a \cdot (a^2 - 25)}{2 \cdot a \cdot (a-5)} = \frac{(a^2 - 5^2)}{2 \cdot (a-5)} = \frac{(a-5) \cdot (a+5)}{2 \cdot (a-5)} = \frac{a+5}{2}$$

Ovo je vrlo mali dio potpuno riješenih zadataka po školskoj zbirci za 1. razred gimnazije

Autori zbirke : Dakić Elezović

Autor kompletnih rješenja : Mladen Sraga

Ako trebate još BESPLATNIH POTPUNO RIJEŠENIH zadataka iz školske zbirke za prvi razred

Javite mi se na mail: skolske-zbirke@mim-sraga.com

Uz napomenu da vam treba još potpuno riješenih zadataka iz Mat-1- po školskoj zbirci za gimnazije !

Napomena: zbirka nije u slobodnoj prodaji (u knjižarama ...)