KOMBINATORIKA

	Redosljed	Koristimo sve elenente	Bez ponavljanja elemenata $r-$tog razreda, od $n-$elemenata	S ponavljanjem elemenata među kojima ima: $r-$jednakih, s-jednakih
PERMUTACIJE	važan	Da	$P(n)=n!$	$P_r(n)=\frac{n!}{r!}$ $\quad P_{r,s}\frac{n!}{r!\cdot s!}$
	Redosljed	Koristimo sve elenente	Bez ponavljanja elemenata $r-$tog razreda, od $n-$elemenata	S ponavljanjem elemenata $r-$tog razreda, od $n-$elemenata
KOMBINACIJE	nije važan	Ne $\quad 1\le r\le n$	$K_r(n)=\frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}$	$K_r(n)=\frac{(n+r-1)!}{(n-1)!\cdot r!}$
VARIJACIJE	važan	Ne $\quad 1\le r\le n$	$V_r(n)=\frac{n!}{(n-r)!}$	$V_r(n)=n^r$

ZADATKE ODABRAO I RJEŠIO
MLADEN SRAGA
od 1992.g.-do-2004.g.

KOMBINATORIKA MOJ IZBOR ZADATAKA

većina zadataka su originali sa prijašnjih rokova (zadnjih 10 godina)

1. Koliko ima troznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

2. Koliko ima četveroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

3. Koliko ima peteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

4. Koliko ima šesteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

5. Koliko ima sedmeroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

6. Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva ?

7. Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva ?

505. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima troznamenkastih brojeva ?

1. 9000 2. 900 3. $\binom{10}{3}$ 4. 10^3

510. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima parnih troznamenkastih brojeva ?

1. 450 2. 900 3. 5^3 4. $\binom{5}{3}$

515. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva?

1. 9000 2. 4500 3. 5^4 4. 4^5

520. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva?

1. 90000 2. 45000 3. 5^{10} 4. 10^5

525. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 5 ?

1. $\binom{5}{3}$ 2. 648 3. 9^3 4. 3^5

530. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 6 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 3^6 3. 6^3 4. 648

370. zad.2002./ 03.g.

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,2,2,3,3 ?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 5^3 3. 24 4. $\binom{5}{2}-\binom{4}{2}$

375. zad.2002./ 03.g.

Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,1,1,2,3,3 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 150 3. 6^4 4. 4^6

380. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinice i desetice jednak 4?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 2^5 3. 10^5-9^5 4. 4500

385. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima parnih četveroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetica jednak 4 ?

1. 270 2. 450 3. 5^4 4. 4^5

390. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetica jednak 3 ?

1. 2^4 2. 360 3. 3^2 4. 180

396. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. 225 3. $\binom{5}{3}$ 4. 0

400. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima neparnih peteroznamenkastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. $\binom{5}{3}$ 3. 10^5 4. 3^{10}

365. zad.2002./ 03.g.

Koliko se različitih željezničkih kompozicija može sastaviti od lokomotive, 3 jednaka putnička i 3 jedanka teretna vagona ?

1. 6^3 2. 3^6 3. $\binom{6}{3}$ 4. 3!

14. zad.1998./99.g

Test se sastoji od 5 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A,B ili C.
Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja ?

1. 10 2. 120 3. 243 4. 125

34. zad.1998./99.g

Koliko se različitih sedmeroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 0007789 ?

1. 240 2. 420 3. 5040 4. 384

54. zad.1998./99.g

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 00223 ?

1. 12 2. 18 3. 30 4. 120

74. zad.1998./99.g

Test se sastoji od 6 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A ili B.
Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja ?

1. 15 2. 36 3. 64 4. 720

94. zad.1998./99.g

Na koliko načina možemo 12 različitih igračaka razdjeliti na troje djece, svakom po 4 igračke ?

1. 34650 2. 12! 3. 495 4. 1728

114. zad.1998./99.g

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 55400 ?

1. 30 2. 120 3. 18 4.

134. zad.1998./99.g

Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 007899 ?

1. 240 2. 420 3. 5040 4. 384

154. zad.1998./99.g

Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 004456 ?

Kompletna rješenja sa postupkom

I način

1. Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$n = 10$

Slažemo troznamenkaste brojeve

r = 3

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ne koristimo sve elemente}\\ \text{Važan nam je redoslijed}\\ \text{Nesmijemo ponavljati brojeve}\\ \text{(znamenke moraju biti različite)}\end{array}\right\}\ \text{zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata}$$

Broj traženih troznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA trećeg razreda od deset elemenata umanjenih za broj varijacija drugog razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$V_3^{10} - V_2^9 = \frac{10!}{(10-3)!} - \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{10!}{7!} - \frac{9!}{7!} = \frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{7!} - \frac{7!\cdot 8\cdot 9}{7!} = 8\cdot 9\cdot 10 - 8\cdot 9 = 720 - 72 = 648$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu mjestu tisučice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

$\boxed{9}\ \boxed{9}\ \boxed{8} = 9\cdot 9\cdot 8 = 648$

I II III- mjesto

2. Koliko ima četveroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$n = 10$

Slažemo četveroznamenkaste brojeve

r = 4

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ne koristimo sve elemente}\\ \text{Važan nam je redoslijed}\\ \text{Nesmijemo ponavljati brojeve}\\ \text{(znamenke moraju biti različite)}\end{array}\right\}\ \text{zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata}$$

Broj traženih četveroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA četvrtog razreda od deset elemenata umanjenih za broj varijacija trećeg razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$V_4^{10} - V_3^9 = \frac{10!}{(10-4)!} - \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{10!}{6!} - \frac{9!}{6!} = \frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{6!} - \frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{6!} = 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 - 7\cdot 8\cdot 9 = 5040 - 504 = 4536$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

na četvro mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva

$\boxed{9}\ \boxed{9}\ \boxed{8}\ \boxed{7} = 9\cdot 9\cdot 8\cdot 7 = 4536$

I II III IV- mjesto

3. Koliko ima peteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$n = 10$

Slažemo peteroznamenkaste brojeve

r = 5

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ne koristimo sve elemente}\\ \text{Važan nam je redoslijed}\\ \text{Nesmijemo ponavljati brojeve}\\ \text{(znamenke moraju biti različite)}\end{array}\right\}\text{zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata}$$

Broj traženih peteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA petog razreda od deset elemenata umanjenih za broj varijacija četvrtog razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$V_5^{10} - V_4^9 = \frac{10!}{(10-5)!} - \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{10!}{5!} - \frac{9!}{5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{5!} - \frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{5!} =$$

$$= 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 - 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9 = 30240 - 3024 = 27216$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio peteroznamenkasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

na četvro mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva

na peto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 6 brojeva

$\boxed{9}\ \boxed{9}\ \boxed{8}\ \boxed{7}\ \boxed{6} = 9\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6 = 27216$

I II III IV V- mjesto

4. Koliko ima šesteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$n = 10$

Slažemo šesteroznamenkaste brojeve

r = 6

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ne koristimo sve elemente}\\ \text{Važan nam je redoslijed}\\ \text{Nesmijemo ponavljati brojeve}\\ \text{(znamenke moraju biti različite)}\end{array}\right\}\ \text{zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata}$$

Broj traženih šesteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA šestog razreda od deset elemenata umanjenih za broj varijacija petog razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$V_6^{10} - V_5^9 = \frac{10!}{(10-6)!} - \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{10!}{4!} - \frac{9!}{4!} = \frac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{4!} - \frac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{4!} =$$

$$= 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 - 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9 = 151200 - 15120 = 136080$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu mjestu stotisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio šesteroznamenkasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

na četvro mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva

na peto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 6 brojeva

na šestom mjest možemo staviti jedan od preostalih 5 brojeva

$$\boxed{9}\ \boxed{9}\ \boxed{8}\ \boxed{7}\ \boxed{6}\ \boxed{5} = 9\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 = 136080$$

I II III IV V VI- mjesto

5. Koliko ima sedmeroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$n = 10$

Slažemo sedmeroznamenkaste brojeve

r = 7

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ne koristimo sve elemente}\\ \text{Važan nam je redoslijed}\\ \text{Nesmijemo ponavljati brojeve}\\ \text{(znamenke moraju biti različite)}\end{array}\right\} \text{zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata}$$

Broj traženih sedmeroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je
broju VARIJACIJA sedmog razreda od deset elemenata umanjenih
za broj varijacija šestog razreda od devet elemenata
(zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$V_7^{10} - V_6^9 = \frac{10!}{(10-7)!} - \frac{9!}{(9-6)!} = \frac{10!}{3!} - \frac{9!}{3!} = \frac{3!\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{3!} - \frac{3!\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{3!} =$$

$$= 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 - 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9 = 604800 - 60480 = 544320$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu stotisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio sedmeroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)
na četvro mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva
na peto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 6 brojeva
na šesto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 5 brojeva
na sedmo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 4 brojeva

$$\boxed{9}\ \boxed{9}\ \boxed{8}\ \boxed{7}\ \boxed{6}\ \boxed{5}\ \boxed{4} = 9\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4 = 544320$$

I II III IV V VI VII- mjesto

6. Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva ?

Za drugo i treće mjesto možemo koristiti sve brojeve, za prvo nemožemo koristiti nulu...
za zadnje mjesto , mjesto jedinice možemo koristiti samo neparne brojeve (1,3,5,7,9)

Na prvo mjesto možemo staviti 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na četvro mjesto možemo staviti brojeve (1,3,5,7,9) dakle pet brojeva

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{5}\ = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500$

I II III IV - mjesto

7. Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva ?

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio peteroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na četvrto mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na peto mjesto možemo staviti brojeve (0,2,4,6,8) dakle pet brojeva

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{5}\ = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 45000$

I II III IV V- mjesto

505. zad.2001./02.g

Koliko ima troznamenkastih brojeva ?

1. 9000 2. 900 3. $\binom{10}{3}$ 4. 10^3

Za svako mjesto možemo koristiti sve brojeve, osim za prvo gdje nemožemo koristiti nulu...

Na prvo mjesto možemo staviti 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu stotice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{10} = 9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$

I II III - mjesto

510. zad.2001./02.g

Koliko ima parnih troznamenkastih brojeva ?

1. 450 2. 900 3. 5^3 4. $\binom{5}{3}$

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu stotice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na treće mjesto možemo staviti (0,2,4,6,8) dakle pet brojeva -jer broj morabiti paran

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{5} = 9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$

I II III - mjesto

515. zad.2001./02.g

Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva?

1. 9000 2. 4500 3. 5^4 4. 4^5

Za drugo i treće mjesto možemo koristiti sve brojeve, za prvo nemožemo koristiti nulu...
za zadnje mjesto , mjesto jedinice možemo koristiti samo neparne brojeve (1,3,5,7,9)

Na prvo mjesto možemo staviti 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na četvro mjesto možemo staviti brojeve (1,3,5,7,9) dakle pet brojeva

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{5} = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500$

I II III IV - mjesto

520. zad.2001./02.g

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva?

1. 90000 2. 45000 3. 5^{10} 4. 10^5

Za svako mjesto možemo koristiti sve brojeve, osim za prvo gdje nemožemo koristiti nulu...

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na četvrto mjesto možemo staviti svih deset brojeva
na peto mjesto možemo staviti svih deset brojeva

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ = 9\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10 = 90000$

I II III IV V- mjesto

525. zad.2001./02.g

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 5 ?

1. $\binom{5}{3}$ 2. 648 3. 9^3 4. 3^5

Na prvo mjesto možemo staviti 8 brojeva (1,2,3,4,6,7,8,9), nemože (0 i 5)
na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)
niti broj pet jer zadano je da troznamenkasti broj nesmije sadržavati znamenku 5
na drugo mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 5
na trećem mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 5

$\boxed{8}\ \boxed{9}\ \boxed{9}\ = 8\cdot9\cdot9 = 648$

I II III - mjesto

530. zad.2001./02.g

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 6 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 3^6 3. 6^3 4. 648

Na prvo mjesto možemo staviti 8 brojeva (1,2,3,4,6,7,8,9), nemože (0 i 6)
na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)
niti broj pet jer zadano je da troznamenkasti broj nesmije sadržavati znamenku 6
na drugo mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 6
na trećem mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 6

$\boxed{8}\ \boxed{9}\ \boxed{9}\ = 8\cdot9\cdot9 = 648$

I II III - mjesto

370. zad.2001./ 02.g

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,2,2,3,3 ?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 5^3 3. 24 4. $\binom{5}{2}-\binom{4}{2}$

Važan nam je redosljed, koristimo sve elemente među kojima imamo r i s istih $\Big\}$ Zaključak: radi se o PERMUTACIJI s ponavljanjem elemenata skupa od $n-$elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

zadano: 0,2,2,3,3

$n = 5$

$r = 2$ (isti su 2,2) $s = 2$ (isti su 3,3)

Formula za: Broj permutacija skupa od n elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r!\cdot s!}$$

Broj traženih peteroznamenkastih brojeva (N) jednak je broju permutacija od pet elemenata među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih, umanjenih za broj permutacija od četri elementa među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih

(zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

Dakle od ukupnog broja permutacija , moramo odbiti broj onih kojima je nula na prvom mjestu jer to nisu peteroznamenkasti brojevi već četveroznamenkasti brojevi (nula se na prvom mjestu ne računa)

$$N = P_{r,s}(5) - P_{r,s}(4)$$

$$N = \frac{5!}{2!\cdot 2!} - \frac{4!}{2!\cdot 2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2} - \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2} = 3\cdot 2\cdot 5 - 3\cdot 2 = 30 - 6 = 24$$ rješenje br.3.

375. zad.2002./ 03.g.

Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,1,1,2,3,3 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 150 3. 6^4 4. 4^6

Važan nam je redosljed, koristimo sve elemente među kojima imamo r i s istih $\Bigg\}$ Zaključak: radi se o PERMUTACIJI s ponavljanjem elemenata skupa od $n-$ elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

zadano: 0,1,1,2,3,3

$n = 6$

$r = 2$ (isti su 1,1) $s = 2$ (isti su 3,3)

Formula za: Broj permutacija skupa od n elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r!\cdot s!}$$

Broj traženih šesteroznamenkastih brojeva (N) jednak je broju permutacija od šest elemenata među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih, umanjenih za broj permutacija od pet elementa među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih
(zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)
Dakle od ukupnog broja permutacija , moramo odbiti broj onih kojima je nula na prvom mjestu jer to nisu peteroznamenkasti brojevi već četveroznamenkasti brojevi (nula se na prvom mjestu ne računa)

$$N = P_{r,s}(6) - P_{r,s}(5)$$

$$N = \frac{6!}{2!\cdot 2!} - \frac{5!}{2!\cdot 2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2} - \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2} = 3\cdot 2\cdot 5\cdot 6 - 3\cdot 2\cdot 5 = 180 - 30 = 150$$

380. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinice i desetice jednak 4?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 2^5 3. $10^5 - 9^5$ 4. 4500

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio peteroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

na četvrto i
na peto mjesto
} moramo staviti brojeve kojima je zbroj jednak 4

a to su brojevi $(2,2)$, $(1,3)$, $(3,1)$, $(0,4)$, $(4,0)$

znamenke jedinice i desetice možemo napisati na 5-načina da njihov zbroj bude $= 4$

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{5 - načina} = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500$

I II III IV *i* V- mjesto

385. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima parnih četveroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetica jednak 4 ?

1. 270 2. 450 3. 5^4 4. 4^5

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),

na treće i
na četvrto mjesto
} moramo staviti brojeve kojima je zbroj jednak 4,
i na mjestu jedinice mora biti paran broj

a to su brojevi $(2,2)$, $(0,4)$, $(4,0)$

znamenke jedinice i desetice možemo napisati na 3-načina da njihov zbroj bude $= 4$

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{3 - načina} = 9 \cdot 10 \cdot 3 = 270$

I II III *i* IV- mjesto

390. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetica jednak 3 ?

1. 2^4 2. 360 3. 3^2 4. 180

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),

na treće i na četvrto mjesto } moramo staviti brojeve kojima je zbroj jednak 3, i na mjestu jedinice mora biti neparan broj

a to su brojevi $(2,1)$ i $(0,3)$

znamenke jedinice i desetice možemo napisati na 2-načina da njihov zbroj bude $= 3$

$\boxed{9}\ \boxed{10}\ \boxed{2-načina} = 9\cdot 10\cdot 2 = 180$

I II III i IV- mjesto

396. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. 225 3. $\binom{5}{3}$ 4. 0

Da bi broj bio djeljiv sa 5 mora mu zadnja znamenka biti 0 ili 5, kako je još zadano da taj broj mora biti paran broj zadnja znamenka jedino može biti 0. To dalje povlaći za sobom da i prva znamenka mora biti nula (jer prva i zadnja znamenka moraju biti jednake).
Ako je nula na prvom mjestu to nije peteroznamenkasti broj već četveroznamenkasti pa zaključimo da ne postoji takav broj ili da ih ima nula- odgovor pod br.4.

400. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima neparnih peteroznamenkastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. $\binom{5}{3}$ 3. 10^5 4. 3^{10}

Da bi broj bio djeljiv sa 5 mora mu zadnja znamenka biti 0 ili 5, kako je još zadano da taj broj mora biti neparan broj zadnja znamenka jedino može biti 5. To dalje povlaći za sobom da i prva znamenka mora biti pet (jer prva i zadnja znamenka moraju biti jednake).

Pa imamo ovakav događaj: 5 □ □ □ 5 prva i zadnja znamenka moraju biti 5, dakle jedina mogućnost na drugo, treće i četvrto mjesto možemo staviti bilo koj broj od 0-do-9

(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

$\boxed{1}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{1} = 1\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 1 = 1000$

I II III IV V - mjesto

365. zad.2002./ 03.g.

Koliko se različitih željezničkih kompozicija može sastaviti od lokomotive, 3 jednaka putnička i 3 jedanka teretna vagona ?

1. 6^3 2. 3^6 3. $\binom{6}{3}$ 4. $3!$

Pretpostavimo da bi lokomotiva uvjek trebala biti prva
nju fiksiramo na prvo mjesto

$$\underset{\downarrow}{}\quad \underline{\text{lokomotiva}}\quad \underbrace{\underset{\underset{\text{3 – putnička}}{\downarrow}}{\underline{\;3\;}}\quad \underset{\underset{\text{3-teretna}}{\downarrow}}{\underline{\;3\;}}}_{\substack{\downarrow\\ \text{njih preslagujemo}}}$$

$n = 6$
$r = 3$
$s = 3$

Koristimo sve elemente, važan je redosljed , iz toga zaključujemo da se radi o permutaciji sa ponavljanjem elemenata među kojima ima $r = 3 \;\; i \;\; s = 3$ istih

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r!\cdot s!}$$

$$P_{3,3}(6) = \frac{6!}{3!\cdot 3!}$$

$$P_{3,3}(6) = \frac{3!\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{3!\cdot 1\cdot 2\cdot 3}$$

$$P_{3,3}(6) = 4\cdot 5$$

$$P_{3,3}(6) = 20$$

Pogledajmo ponuđene odgovore pod: 3. $\binom{6}{3} = \frac{6!}{(6-3)!\cdot 3!} = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = \frac{3!\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{3!\cdot 1\cdot 2\cdot 3} = 4\cdot 5 = 20$

Dakle rješenje je odgovor broj 3.

14. zad.1998./99.g

Test se sastoji od 5 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A,B ili C.
Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja ?

1. 10 2. 120 3. 243 4. 125

Zadatak rješimo na dva načina:

I način

Na prvo pitanje možemo odgovoriti na tri načina
Na drugo pitanje možemo odgovoriti na tri načina
Na treće pitanje možemo odgovoriti na tri načina
Na četvrto pitanje možemo odgovoriti na tri načina
Napeto pitanje možemo odgovoriti na tri načina
Dakle: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$

II način

Zadatak rješimo primjenom formula:
Za svaki zadatak koristimo tri odgovora $\Rightarrow$ $n = 3$
Imamo pet zadataka dakle razred je 5 $\Rightarrow$ $r = 5$
Radi se o VARIJACIJI sa ponavljanjem elemenata

$V_r(n) = n^r$

$V_5(3) = 3^5$

$V_5(3) = 243$ $\Rightarrow$ na 243 načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja.

34. zad.1998./99.g

Koliko se različitih sedmeroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 0007789 ?

1. 240 2. 420 3. 5040 4. 384

$00077898 \Rightarrow \; n = 7$ koristimo 7 elemenata

$r = 3$ $-($nule ima ih tri$)$

$s = 2$ $-($sedmice ima ih dvije$)$

Ovdje koristimo sve elemente među kojima je r i s istih elemenata
dakle radi se o permutaciji s ponavljanjem elemenata

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r!\cdot s!}$$

$$P_{3,2}(7) = \frac{7!}{3!\cdot 2!} = \frac{3!\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{3!\cdot 1\cdot 2} = 2\cdot 5\cdot 6\cdot 7 = 420$$

Sada smo izračunali broj svih permutacija (420) - u tom broju sadržane su i permutacije kada je nula na prvom mjestu ...

Brojevi koji počinju sa nulom na prvom mjestu nisu sedmeroznamenkasti brojevi ....
treba izračunati koliko ima takvih brojeva i oduzeti ih od 420 i to je stvarni broj sedmeroznamenkastih brojeva koje može napisati znamenkama 0007789.

ove znamenke mjenjamo tj. permutiramo $n = 6$

$$\boxed{0}\ \overbrace{\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square}$$

$\downarrow$

nulu fiksiramo na prvo mjesto

$n = 6$

$r = 2$

$s = 2$

$$P_{2,2}(6) = \frac{6!}{2!\cdot 2!} = \frac{2!\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{2!\cdot 1\cdot 2} = 3\cdot 2\cdot 5\cdot 6 = 180$$

$$P_{2,2}(6) = 180$$

$N =$ broj sedmeroznamenkastih brojeva koje može napisati znamenkama 0007789.

$$N = P_{3,2}(7) - P_{2,2}(6) = 420 - 180 = 240$$

54.

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 00223?

1. 12
2. 18
3. 30
4. 120

TEHNIKA JE ISTA KAO I U ZADATKU - 34. -

DAKLE IZRAČUNAMO BROJ PERMUTACIJA BEZ OBZIRA NA POLOŽAJ NULE TE OD TOG BROJA ODUZMEMO BROJ PERMUTACIJA KOJE DOBIJEMO KADA NA PRVO MJESTO STAVIMO NULU . . . .

(1) 0 0 2 2 3 $\Rightarrow n = 5 \;,\; r = 2 \;,\; s = 2$

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r! \cdot s!}$$

$$P_{2,2}(5) = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$P_{2,2}(5) = 30$$

(2) KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO MJESTO

0 _ _ _ _ PREOSTALE BROJEVE 0 2 2 3 PERMUTIRAMO

$n = 4$ $r = 2$

$$P_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

$$P_2(4) = \frac{4!}{2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2}$$

$$P_2(4) = 12$$

BROJ RAZLIČITIH PETEROZNAMENKASTIH BROJEVA

JEDNAK JE $P_{2,2}(5) - P_2(4) = 30 - 12 = \underline{18}$

KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO MJESTO TADA TO NIJE PETEROZNAMENKASTI BROJ VEĆ ČETVEROZNAMENKASTI ILI TROZNAMENKASTI

ZAVISI O POLOŽAJU PREOSTALE NULE

-37-

74.

Test se sastoji od 6 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A ili B. Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja?

1. 15
2. 36
3. 64
4. 720

TEHNIKA RJEŠAVANJA ZADATKA JE ISTA KAO I U 14. ZADATKU

1. NA I PITANJE MOŽEMO ODGOVORITI NA DVA NAČINA
NA II —||— —||— —||—
⋮
NA VI PITANJE MOŽEMO ODGOVORITI NA DVA NAČINA

DAKLE $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$

2. NAČIN ZA SVAKI ZADATAK KORISTIMO DVA ODGOVORA $n = 2$
IMAMO 6 ZADATAKA $r = 6$

RADI SE O VARIJACIJAMA S PONAVLJANJEM ELEMENATA (VAŽAN JE REDOSLIJED I NE KORISTIMO SVE ELEMENTE)

$$V_r(n) = n^r$$

$$V_6(2) = 2^6 = 64$$

75.

Kolika je vjerojatnost da ćemo iz kutije u kojoj imamo 4 bijele, 3 crne i 4 crvene kuglice, izvući 2 bijele ili 2 crvene?

1. 11/12
2. 12/55
3. 6/55
4. 36/55

– BROJ POVOLJNIH DOGAĐAJA ZA PRVU KUGLICU JE 4, A BROJ MOGUĆIH JE 11

– BROJ POVOLJNIH DOGAĐAJA ZA IZVLAČENJE DRUGE KUGLICE JE 3 (JER SMO IZVUKLI VEĆ JEDNU) A BROJ MOGUĆIH DOGAĐAJA JE 10 (JER SMO IZVUKLI VEĆ JEDNU)

$$V = \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10}$$

$$V = \frac{12}{110}$$

$$V = \frac{6}{55}$$

TO JE VJEROVATNOST DOGAĐAJA SAMO ZA PRVE DVIJE KUGLICE (BIJELE)

ZA DRUGE DVIJE (CRVENE) VJEROVATNOST JE ISTA $V = \frac{6}{55}$

TAKO JE ZA: (2 BIJELE ILI 2 CRVENE) $V = \frac{6}{55} + \frac{6}{55} = \frac{12}{55}$

-50-

94.

Na koliko se načina može 12 različitih igračaka razdijeliti na troje djece, svakom po 4 igračke?

1. 34 650
2. 12!
3. 495
4. 1728

PRVO DIJETE MOŽE DOBITI NA $\binom{12}{4}$ NAČINA IGRAČKE

DRUGO DIJETE MOŽE DOBITI NA $\binom{8}{4}$ NAČINA IGRAČKE — JER JE PRVO VEĆ DOBILO (4)

TREĆE DIJETE MOŽE DOBIT NA $\binom{4}{4}$ NAČINA IGRAČKE

— RADI SE O KOMBINACIJAMA BEZ PONAVLJANJA ELEMENATA

— KOMBINACIJE SU ZATO JER REDOSLIJED NIJE BITAN TJ. DJETETU JE SVEJEDNO DOBIO ON IGRAČKE A,B,C,D ILI BACD . . .

— 12 IGRAČAKA SE NA TROJE DJECE MOŽE PODIJELITI NA

$$\binom{12}{4}\cdot\binom{8}{4}\cdot\binom{4}{4} = \frac{12!}{(12-4)!\cdot 4!}\cdot\frac{8!}{(8-4)!\cdot 4!}\cdot\frac{4!}{0!\cdot 4!} =$$

$$= \frac{12!}{8!\cdot 4!}\cdot\frac{8!}{4!\cdot 4!}\cdot 1 = \frac{12!}{4!\,4!\,4!} = \frac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{4!\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} =$$

$$= \underline{\underline{34650}} \text{ NAČINA}$$

95.

Kolika je vjerojatnost da ćemo iz grupe od 3 muškarca i 4 žene izabrati tročlanu grupu u kojoj su 1 muškarac i 2 žene?

1. 9/35
2. 18/35
3. 7/18
4. 3/7

$$\boxed{\binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)!\cdot m!}}$$

— MUŠKARCA MOŽEMO IZABRATI NA $\binom{3}{1}$ NAČIN

— ŽENE MOŽEMO IZABRATI NA $\binom{4}{2}$ NAČINA

(BIRAMO LJUDE ⇒ NIJE NAM VAŽAN REDOSLJED ⇒ RADI SE O KOMBINACIJAMA BEZ PONAVLJANJA EL.)

— GRUPU OD 1 MUŠKARCA I 2 ŽENE MOŽEMO IZABRATI NA $\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}$ NAČINA

— BROJ SVIH MOGUĆIH ODABIRA TROČLANE GRUPE OD 7 LJUDI JE $\binom{7}{3}$

DAKLE $A=\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}$, $B=\binom{7}{3}$

$$V = \frac{A}{B} = \frac{\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}}{\binom{7}{3}} = \frac{\frac{3!}{2!\cdot 1!}\cdot\frac{4!}{2!\cdot 2!}}{\frac{7!}{4!\cdot 3!}} = \frac{\frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 2}\cdot\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2}}{\frac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{4!\cdot 1\cdot 2\cdot 3}}$$

$$V = \frac{3\cdot 6}{5\cdot 7} = \frac{18}{35}$$

-61-

114. **Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 55400?**

1. 30
2. 120
3. 18
4. 12

TREBA IZRAČUNATI BROJ SVIH MOGUĆIH PERMUTACIJA BEZ OBZIRA NA POLOŽAJ NULE

55400, $r=2$, $s=2$

r i s su jednaki elementi

$n=5$
$r=2$
$s=5$

$$P_{r,s}(n)=\frac{n!}{r!\,s!}$$

$$P_{2,2}(5)=\frac{5!}{2!\cdot 2!}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2}=3\cdot 2\cdot 5$$

$$P_{2,2}(5)=30$$

SADA TREBA IZRAČUNATI BROJ PERMUTACIJA KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO MJESTO

0 _ _ _ _

0 → FIKSIRAMO; _ _ _ _ → TU PERMUTIRAMO

5540, $r=2$, $n=4$

$$P_r(n)=\frac{n!}{r!}$$

$$P_2(4)=\frac{4!}{2!}=\frac{2!\cdot 3\cdot 4}{2!}$$

$$P_2(4)=12$$

ISPRAVAN TJ. TOČAN BROJ PETEROZNAMENKASTIH BROJEVA JE:

$$P_{2,2}(5)-P_2(4)=30-12=18$$

JER BROJEVI KOJI POČINJU SA NULOM NA PRVOM MJESTU NISU PETEROZNAMENKASTI.

115. **Kolika je vjerojatnost da ćemo iz kutije u kojoj je 5 bijelih i 3 crne kuglice izvući dvije bijele i jednu crnu?**

1. 3/8
2. 11/15
3. 15/28
4. 3/28

① DVIJE BIJELE KUGLICE MOŽEMO IZVUĆI NA $\binom{5}{2}$ NAČINA → KOMBINACIJE BEZ PONAVLJ.

② JEDNU CRNU KUGLICU MOŽEMO IZVUĆI NA $\binom{3}{1}$ NAČINA

③ – PA JE BROJ POVOLJNIH DOGAĐAJA $A=\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1}$

④ BROJ SVIH MOGUĆIH DOGAĐAJA JE $B=\binom{8}{3}$ → $n=8$ → IZVLAČIMO TRI KUGLICE (2+1)

$$V=\frac{A}{B}=\frac{\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{8}{3}}=\frac{\frac{5!}{3!\cdot 2!}\cdot\frac{3!}{2!\cdot 1!}}{\frac{8!}{5!\cdot 3!}}=\frac{10\cdot 3}{\frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{5!\cdot 1\cdot 2\cdot 3}}=\frac{30}{7\cdot 8}$$

$$V=\frac{30}{56}$$

$$V=\frac{15}{28}$$

-72-

134. **Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 007899?**

1. 180
2. 120
3. 720
4. 60

POSTUPAK JE ISTI KAO U ZADACIMA 114, 54.

$0\,0\,7\,8\,9\,9$ → $r=2$, $s=2$, $n=6$

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r!\cdot s!}$$

$$P_{2,2}(6) = \frac{6!}{2!\,2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2}$$

$$P_{2,2}(6) = 180$$

→ TO JE BROJ SVIH MOGUĆIH PERMUTACIJA BEZ OBZIRA NA POČETNE NULE

KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO MJESTO OSTALIH PET BROJEVA PERMUTIRAMO

$0\ \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{n=5}$

$0\,7\,8\,9\,9$, $r=2$, $n=5$

$$P_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

$$P_2(5) = \frac{5!}{2!} = \frac{2!\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{2!} = 3\cdot 4\cdot 5$$

$$P_2(5) = 60$$

BROJ STVARNIH (PRAVIH) ŠESTEROZNAMENKASTIH BROJEVA JE JEDNAK

$$P_{2,2}(6) - P_2(5) = 180 - 60 = 120$$

135. **Kolika je vjerojatnost da u tri bacanja kocke sva tri puta padne paran broj?**

1. 1/72
2. 1/8
3. 1/2
4. 1/216

— U PRVOM BACANJU SVA TRI PARNA BROJA $(2,4,6)$ SU POVOLJNI DOGAĐAJI $A=3$ $B=6$

$$V_1 = \frac{A}{B} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

— U DRUGOM BACANJU OPET SU SVA TRI PARNA BROJA POVOLJNI DOGAĐAJI

$$V_2 = \frac{A}{B} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

— ISTO TO VRIJEDI I ZA TREĆE BACANJE $V_3 = \frac{1}{2}$

VJEROJATNOST ZA SVA TRI BACANJA JE:

$$V = V_1\cdot V_2\cdot V_3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

-86-

154. **Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 004456?**

1. 120
2. 720
3. 360
4. 1440

POSTUPAK JE OPISAN U 134 ZADATKU

$$\underbrace{00}_{r=2}\underbrace{44}_{s=2}56 \quad n=6$$

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r!\cdot s!}$$

$$P_{2,2}(6) = \frac{6!}{2!\cdot 2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2}$$

$$P_{2,2}(6) = 180$$

KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO MJESTO TO NIJE ŠESTEROZNAMENKASTI BROJ ...

$$0\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{n=5} \qquad 0\underbrace{44}_{r=2}56$$

$$P_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

$$P_2(5) = \frac{5!}{2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{2}$$

$$P_2(5) = 60$$

STVARAN BROJ PRAVIH ŠESTEROZNAMENKASTIH BROJEVA JE JEDNAK:

$$P_{2,2}(6) - P_2(5) = 180 - 60 = 120$$

155. **Kolika je vjerojatnost da u tri bacanja kocke sva tri puta padne broj 2 ili sva tri puta padne broj 3?**

1. 1/3
2. 1/108
3. 1/15
4. 107/108

VJEROVATNOST DA PADNE BROJ DVA JE

$$V_1 = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

VJEROVATNOST DA PADNE BROJ TRI JE

$$V_2 = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

KAKO SE RADI DA MOŽE PASTI BROJ 2 ILI BROJ 3

TO JE

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{216} + \frac{1}{216} = \frac{2}{216} = \frac{1}{108}$$

-97-