

Brojevni sustavi

Počnimo od onoga što znamo, a snalazimo se u sustavu sa bazom 10, potpuno intuitivno, jer smo u njemu učili brojati i sve računске operacije od početka školovanja. Naša ruka ima 10 prstiju pa nam je taj sustav najprirodniji, u dekadskom sustavu smo savladavali prve računске operacije.



Povijesni kutak:

Ako se vratimo u 9. st. srest ćemo prvi puta zapise brojeva u Evropi kao danas. Kako ih je u Evropu prenio Abu Ja'far Muhamad ibn Musa-al-Hvarizmi, iranski matematičar, geograf i astronom, pripisuje mu se uvođenje arapskih brojeva u matematiku. No brojčani sustav bilježenja brojeva znamenkama od 0 do 9 vuče korijene iz Indije još oko 500. godine. Musa-al-Hvarizmi se u svom djelu "Računanje s indijskim brojevima" pozabavio s tim sustavom i objasnio kako funkcionira. To je djelo prevedeno na latinski i prihvaćeno na Zapadu, a potom i u cijelom svijetu. Takav sustav bilježenja brojeva pojednostavnio je matematiku i ubrzao sva novija otkrića.

Kad već imamo tako jasan i logičan oblik pisanja brojeva i izgrađen sustav računanja, lako je promijeniti bazu sustava i da analogijom izvedemo pravila za te nove sustave sa bazama različitim od 10, pogotovu sa bazom 2 i potencijama broja 2 ($2^3 = 8$ oktalni sustav, $2^4 = 16$ heksadecimalni sustav), jer se računalni zapis upravo bazira na tim bazama.

Tablica 1. Zapisi brojeva u različitim sustavima

Dekadski	Binarni	Oktalni	Heksadecimalni
0	0000 (0)	0	0
1	0001 (1)	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Legenda (objašnjenje): u Tablici 1. su podebljene znamenke pomoću kojih možemo napisati bilo koji broj u navedenom sustavu.

Broj xyz u bazi a može se zapisati:

$$x y z_a = x \cdot a^2 + y \cdot a^1 + z \cdot a^0 = x \cdot a^2 + y \cdot a + z$$

Brojevi iznad x, y i z broje eksponente baze s kojim se taj broj množi, kao što vidimo iz formule. Počinjemo sa 0 na mjestu jedinica i brojimo do prve znamenke.

Primjena binarnog, oktalnog i heksadecimalnog sustava brojeva u ASCII Code

The extended ASCII table u ASCII stands for American Standard Code for Information Interchange. It's a 7-bit character code where every single bit represents a unique character. On this webpage you will find 8 bits, 256 characters, according to ISO 8859-1 and Microsoft® Windows Latin-1 increased characters, which is available in certain programs such as Microsoft Word.

ASCII control characters (character code 0-31)

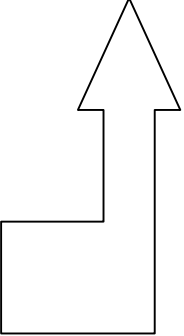
The first 32 characters in the ASCII-table are unprintable control codes and are used to control peripherals such as printers.

<http://www.ascii-code.com/>

	OCT	HEX	BIN	Symbol	HTML Number	Description
0	000	00	00000000	NUL	�	Null char
1	001	01	00000001	SOH		Start of Heading
2	002	02	00000010	STX		Start of Text
3	003	03	00000011	ETX		End of Text
4	004	04	00000100	EOT		End of Transmission
5	005	05	00000101	ENQ		Enquiry
6	006	06	00000110	ACK		Acknowledgment
7	007	07	00000111	BEL		Bell
8	010	08	00001000	BS		Back Space
9	011	09	00001001	HT			Horizontal Tab
10	012	0A	00001010	LF	
	Line Feed
11	013	0B	00001011	VT		Vertical Tab
12	014	0C	00001100	FF		Form Feed
13	015	0D	00001101	CR		Carriage Return
14	016	0E	00001110	SO		Shift Out / X-On
15	017	0F	00001111	SI		Shift In / X-Off
16	020	10	00010000	DLE		Data Line Escape
17	021	11	00010001	DC1		Device Control 1 (oft. XON)
18	022	12	00010010	DC2		Device Control 2
19	023	13	00010011	DC3		Device Control 3 (oft. XOFF)
20	024	14	00010100	DC4		Device Control 4
21	025	15	00010101	NAK		Negative Acknowledgement
22	026	16	00010110	SYN		Synchronous Idle
23	027	17	00010111	ETB		End of Transmit Block
24	030	18	00011000	CAN		Cancel
25	031	19	00011001	EM		End of Medium
26	032	1A	00011010	SUB		Substitute
27	033	1B	00011011	ESC		Escape
28	034	1C	00011100	FS		File Separator
29	035	1D	00011101	GS		Group Separator
30	036	1E	00011110	RS		Record Separator
31	037	1F	00011111	US		Unit Separator

Najjednostavniji način pretvaranja dekadskog broja u binarni je permanentnim dijeljenjem sa brojem 2 dok ne dođemo do 0, a iza crte bilježimo ostatke dijeljenja:

Primjer 1.

broj	ostatak	
453	1	
226	0	
113	1	
56	0	
28	0	
14	0	
7	1	
3	1	
1	1	
0		

Dobivamo da je: $453 = 453_{10} = 111000101_2$
 Prepisujući ostatke dijeljenja od zadnjeg ostatka prema prvom.

Pretvaranje binarnih brojeva u oktalne je lako: binarni broj podijelimo u grupe po tri znamenke počevši od zadnje napisane znamenke prema prvoj i svaku dobivenu trojku znamenki zamijenimo s oktalnom znamenkom od 0 do 7 prema Tablici 1.

Primjer 2.

$$111 \uparrow 000 \uparrow 101_2 = 705_8$$

Pretvaranje binarnih brojeva u heksadecimalne je analogno: binarni broj podijelimo u grupe po četiri znamenke počevši od zadnje napisane znamenke prema prvoj i svaku dobivenu četvorku znamenki zamijenimo s heksadecimalnom znamenkom od 0 do F prema Tablici 1.

Primjer 3.

$$1 \uparrow 1100 \uparrow 0101_2 = 1C5_{16}$$

Dakle iz zadnja tri primjera slijedi:

$$453 = 453_{10} = 111000101_2 = 705_8 = 1C5_{16}$$

Primjer 4.

Želimo li pretvarati heksadecimalni, oktalni ili binarni u decimalni broj u dekadski:

I. $1C5_{16} = 1 \cdot 16^2 + C \cdot 16 + 5 = 256 + 12 \cdot 16 + 5 = 256 + 192 + 5 = 453$

II. $705_8 = 7 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8 + 5 = 453$

III. $111000101_2 = 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^2 + 1 = 256 + 128 + 64 + 4 + 1 = 453$

Primjer 5.

Kad pretvaramo heksadecimalne brojeve u oktalne i obrnuto, posredno pretvaramo u binarni broj pa oktalni. Pogledaj primjere:

I. $1C5_{16} = 1 \uparrow 1100 \uparrow 0101_2 = 111 \uparrow 000 \uparrow 101_2 = 705_8$

II.

$$\text{III. } 705_8 = 111 \uparrow 000 \uparrow 101_2 = 1 \uparrow 1100 \uparrow 0101_2 = 1C5_{16}$$

Zadatci za vježbu:

1. Izvedi naznačene operacije:

- Zadan je broj u oktalnom sustavu 3456_8 , nađi njegov ekvivalent u brojevnim sustavima sa bazom 2, 10 i 16.
- Zadan je broj u binarnom sustavu 11001001110101_2 , nađi njegov ekvivalent u brojevnim sustavima sa bazom 8, 10 i 16.
- Zadan je broj u heksadecimalnom sustavu $29AC_{16}$, nađi njegov ekvivalent u brojevnim sustavima sa bazom 2, 8 i 10.

Rješenja:

$$\begin{aligned} \text{a) } 3456_8 &= 001 \uparrow 100 \uparrow 101 \uparrow 110_2 = 001100101110_2 = 0011 \uparrow 0010 \uparrow 1110_2 = 32E_{16} \\ 3456_8 &= 3 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8 + 6 = 1838_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 11001001110101_2 &= 11 \uparrow 001 \uparrow 001 \uparrow 110 \uparrow 101_2 = 31165_8, \\ 11001001110101_2 &= 11 \uparrow 0010 \uparrow 0111 \uparrow 0101_2 = 3275_{16}, \\ 11001001110101_2 &= 2^{13} + 2^2 + 2^9 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^2 + 1 = 12917_{10} = 12917 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 29AC_{16} &= 0010 \uparrow 1001 \uparrow 1010 \uparrow 1100_2 = 10100110101100_2, \\ 29AC_{16} &= 10 \uparrow 100 \uparrow 110 \uparrow 101 \uparrow 100_2 = 24654_8 \\ 29AC_{16} &= 2 \cdot 16^3 + 9 \cdot 16^2 + A \cdot 16 + C = 2 \cdot 16^3 + 9 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16 + 12 = 10668_{10} = 10668 \end{aligned}$$

Primjena pretvaranja brojeva iz jednog brojevnog sustava u drugi na jednadžbe:

Primjer 6.

Ako je $24_x \cdot 30_x = 1320_x$, izračunaj bazu x i vrijednost izraza $44_x \cdot 3_x$?

Vidjeli smo da se bilo koji broj abcd u bazi x može napisati:

$$abcd_x = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

Ako to primijenimo u jednadžbi dobivamo:

Ako to primijenimo u jednadžbi dobivamo:

$$24_x \cdot 30_x = 1320_x$$

$$(2 \cdot x + 4) \cdot (3 \cdot x + 0) = 1 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 0$$

$$(2x + 4) \cdot 3x = x^3 + 3x^2 + 2x \quad | \div x$$

$$(2x + 4) \cdot 3 = x^2 + 3x + 2$$

$$6x + 12 - x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$-x^2 + 3x + 10 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \mp \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \mp 7}{2} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 5$$

Rješenje

$$x = 5$$

X=-2 nije rješenje zato što baza brojevnog sustava može biti samo prirodan broj.

I na kraju množenje u sustavu s bazom 5 ne znamo po pomnožimo u sustavu s bazom 10, pa rezultat prebacimo u bazu 5.

$$44_x \cdot 3_x = (4 \cdot 5 + 4) \cdot 3 = 72_{10} = 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 5^0 = 222_5$$

Zadatci za vježbu:

1. Ako je $44_x \cdot 3_x = 242_x$, izračunaj bazu x i vrijednost izraza $33_x \cdot 4_x$?
2. Ako je $120_x \cdot 2_x = 360_x$, izračunaj bazu x i vrijednost izraza $53_x \cdot 23_x$?

Rješenja:

- a) X=5, 242₅
- b) Nema rješenja

INSTRUKCIJE IZ MATEMATIKE ZA SREDNJE ŠKOLE I FAKULTETE

Kontakti:

Mira Mihajlović Petković

Tel. 098 469867

Email gorocvijet@gmail.com

<http://www.naucitesami.com/>

Pedagoška radionica i učionica

Matematiku i statistiku za sve škole i fakultete uspješno podučava, uči i poučava

(kako god tvorcima kurikulumu bilo drago, s obzirom da prenošenje znanja ipak ne podliježe trenutnoj modi i inspiraciji)

iskusna profesorica matematike.

Kratko o meni:



Poznajem sve programe matematike i statistike u srednjim školama i fakultetima i podučavam od 1980. godine, kad sam tako počela zarađivati prvi studentski džeparac.

Trideset godina iskustva i preživljavanja različitih službenih pristupa znanju, obrazovanju i djeci pokazali su mi da nijedan nije bio dovoljno kreativan i prilagođen djeci, profesorima i razvoju društva. S dolaskom novog kurikulumu stari sustav obrazovanja je barem službeno pao, ali ne treba biti naivan. Još će se on grčevito truditi da se održi jer društvo i profesori se ne mogu promijeniti preko noći.. Zato će i dalje trebati instrukcije.



Oblici podučavanja u mojoj maloj privatnoj školi su:

- individualni
- grupni (ako se radi o skladnim grupama koje obrađuju iste sadržaje). Nakon godina individualnog i rada u sustavu prepoznajem gdje je nastao nesporazum u komunikaciji između učenika i profesora, što je bitan preduvjet kvalitetnoj poduci.



Poznajem sve programe matematike i statistike u srednjim školama i fakultetima i podučavam od 1980 godine, kad sam počela zarađivati prvi studentski

džeparac. Lako prepoznajem način na koji učenik lako uči i prilagođavam obliku poučavanja učenikovoj prirodi, a da pri tom poduka ne gubi na kvaliteti. Nemam predrasuda o učeničkoj motivaciji i zainteresiranosti. U ovakvom sustavu odgoja i obrazovanja svatko ima pravo izabrati razlog i način na koji hoće, želi i može položiti određeni ispit.

Kontakti:

Mira Mihajlović Petković

Tel. 098 469867

Email gorocvijet@gmail.com

[Matematičke formule i njihova primjena](#)

Matematika -4- ZBIRKA POTPUNO RIJEŠENIH ZADATAKA
[PRIRUČNIK ZA SAMOSTALNO UČENJE](#)