

1.141. U ovom zadatku prvi put srećemo KVADRATNI TRINOM ,ima više načina na koji rastavljamo na faktore kvadratne trinome ja ću pokušati objasniti jedan način:

U formulama koje ste dobili uz knjigu dao sam dvije formule za rješavanje kvadratnog trinoma :

$$x^2 + px + q = \begin{cases} m+n = p \\ m \cdot n = q \end{cases} = (x+m) \cdot (x+n)$$

$$ax^2 + bx + c = \begin{cases} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{cases} = ax^2 + mx + nx + c = \dots$$

Koncentrirajmo se na drugu jer ona rješava sve varijante i kada je $a = 1$ i kada je $a \neq 1$

Kod kvadratnog trinoma uvijek srednji član bx treba prikazati u obliku zbroja dva broja : $mx + nx$... tj. srednji član $bx = mx + nx$. Do brojeva m i n dolazimo preko srednjeg djela gornje formule:

$\begin{cases} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{cases}$ uvijek postoji samo jedna kombinacija brojeva m i n koja zadovoljava zadani uvjet ... do nje dođemo sistemom "pokušaj pogreška" tj. kombiniraj dok ne pogodiš ...Kada su koeficijenti a, b, c mali brojevi (manji od 10) tada to ide lako , a kada su veći treba malo više vremena dok se ne pogodi prava kombinacija...

$$1.) \quad x^2 - 2x - 3 = \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases} = \text{sada postavimo : } \begin{cases} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{cases} = \begin{cases} m+n = -2 \\ m \cdot n = 1 \cdot (-3) \end{cases} = \begin{cases} m+n = -2 \\ m \cdot n = -3 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} m+n = -2 \\ m \cdot n = -3 \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Postavimo si pitanja:} \\ \text{koja dva broja kada se zbroje daju minus dva} \\ \text{a kada se pomnože daju minus tri} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{postoji samo jedna kombinacija i to za } \begin{cases} m = -3 \\ n = +1 \end{cases}$$

↓

varijantu za $n = -3$, $m = 1$ u ovom tipu zadatka smatramo istom kombinacijom

Kako uvijek postoji samo jedna kombinacija brojeva m i n koji zadovoljavaju zadani uvjet , to mi slažemo kombinacije dok ne pogodimo pravu...

U našem slučaju kako je umnožak negativan broj (-3) to su moguće kombinacije da je jedan (m ili n) negativan a drugi pozitivan , dalje kako je zbroj negativan apsolutna vrijednost negativnog broja mora biti veća od apsolutne vrijednosti pozitivnog broja ...

Još jednom isti zadatak:

$$1.) \quad x^2 - 2x - 3 = \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = -2 \\ m \cdot n = 1 \cdot (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = -2 \\ m \cdot n = -3 \end{cases} \Rightarrow m = -3 , n = 1$$

Pa je:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 &= x^2 - 3x + 1x - 3 = && \rightarrow -2x \text{ rastavili smo na: } -3x + 1x \\ &= x \cdot (x - 3) + 1 \cdot (x - 3) = && \rightarrow \text{iz prva dva člana izlučili smo } x, \\ &= x \cdot (x - 3) + 1 \cdot (x - 3) = && \text{iz trećeg i četvrtog izlučili smo } 1 \\ &= (x - 3) \cdot (x + 1) && \left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{podvučemo zajednički faktor i izlučimo ga tehnikom} \\ \text{pokazanom u zadacima 1.134. do 1.140.} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

$$2.) \quad x^2 + 2x - 8 = \left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 2 \\ m \cdot n = 1 \cdot (-8) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 2 \\ m \cdot n = -8 \end{array} \right\} \Rightarrow m = 4, n = -2$$

\updownarrow
 ili $m = -2, n = 4$

$m = 4, n = -2$

$$\text{Pa je: } \left. \begin{array}{l} x^2 + 2x - 8 = x^2 + 4x - 2x - 8 = \\ = x \cdot x + 4 \cdot x - 2 \cdot x - 2 \cdot 4 = \\ = x \cdot (x+4) - 2 \cdot (x+4) = \\ = (x+4) \cdot (x-2) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ovo je varijanta za } m = 4, n = -2$$

Sada ću pokazati da isti rezultat dobivamo ako m i n zamjene vrijednosti:

Za $m = -2, n = 4$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 2x - 8 = x^2 - 2x + 4x - 8 = \\ = x \cdot x - 2 \cdot x + 4 \cdot x - 2 \cdot 4 = \\ = x \cdot (x-2) + 4 \cdot (x-2) = \\ = (x-2) \cdot (x+4) = (x+4) \cdot (x-2) \end{array} \right\} \text{Očito je da smo dobili isto rješenje tako da je dovoljno uvijek računati samo jednu varijantu.}$$

$$3.) \quad x^2 - 4x + 3 = \left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -4 \\ m \cdot n = 1 \cdot 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -4 \\ m \cdot n = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow m = -3, n = -1$$

$m = -3, n = -1$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 4x + 3 = x^2 - 3x - 1x + 3 = \\ = x \cdot x - 3 \cdot x - 1 \cdot x - 1 \cdot (-3) = \\ = x \cdot (x-3) - 1 \cdot (x-3) = \\ = x \cdot \underline{(x-3)} - 1 \cdot \underline{(x-3)} = \\ = (x-3) \cdot (x-1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{srednji član } (-4x) \text{ rastavimo na } -3x - 1x \\ \text{izlučimo zajednički faktor po djelovima} \end{array}$$

$$4.) \quad a^2 - 10a + 24 = \left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 24 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -10 \\ m \cdot n = 1 \cdot 24 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -10 \\ m \cdot n = 24 \end{array} \right\} \Rightarrow m = -6, n = -4$$

$m = -6, n = -4$

$$\left. \begin{array}{l} a^2 - 10a + 24 = a^2 - 6a - 4a + 24 = \\ = a \cdot a - 6 \cdot a - 4 \cdot a - 4 \cdot (-6) = \\ = a \cdot (a-6) - 4 \cdot (a-6) = \\ = a \cdot \underline{(a-6)} - 4 \cdot \underline{(a-6)} = \\ = (a-6) \cdot (a-4) \end{array} \right\}$$

$$5.) \quad a^2 - 15a + 44 = \left| \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -15 \\ c = 44 \end{array} \right| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -15 \\ m \cdot n = 1 \cdot 44 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -15 \\ m \cdot n = 44 \end{array} \right\} \Rightarrow m = -11, n = -4$$

$$\begin{aligned} a^2 - 15a + 44 &= a^2 - 11a - 4a + 44 = \\ &= a \cdot a - 11 \cdot a - 4 \cdot a - 4 \cdot (-11) = \\ &= a \cdot (a - 11) - 4 \cdot (a - 11) = \\ &= a \cdot (a - 11) - 4 \cdot (a - 11) = \\ &= (a - 11) \cdot (a - 4) \end{aligned}$$

$$6.) \quad x^2 + 3x - 154 = \left| \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -154 \end{array} \right| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 3 \\ m \cdot n = 1 \cdot (-154) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 3 \\ m \cdot n = -154 \end{array} \right\} \Rightarrow m = 14, n = -11$$

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 154 &= x^2 + 14x - 11x - 154 = \\ &= x \cdot x + 14 \cdot x - 11 \cdot x - 11 \cdot 14 = \\ &= x \cdot (x + 14) - 11 \cdot (x + 14) = \\ &= (x + 14) \cdot (x - 11) \end{aligned}$$

U ovom slučaju kada su članovi trinoma označeni sa malim slovima a i b tada koeficijente označimo sa velikim slovima A, B, C kako nebi došlo do zabune ...

$$7.) \quad a^2 - 11ab + 30b^2 = \left| \begin{array}{l} A = 1 \\ B = -11 \\ C = 30 \end{array} \right| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = B \\ m \cdot n = A \cdot C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -11 \\ m \cdot n = 1 \cdot 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -11 \\ m \cdot n = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow m = -6, n = -5$$

$$m = -6, n = -5$$

$$\begin{aligned} a^2 - 11ab + 30b^2 &= a^2 - 6ab - 5ab + 30b^2 = \\ &= a \cdot a - 6 \cdot a \cdot b - 5 \cdot a \cdot b - 5 \cdot (-6) \cdot b \cdot b = \\ &= a \cdot (a - 6b) - 5b \cdot (a - 6b) = \\ &= (a - 6b) \cdot (a - 5b) \end{aligned}$$

U ovom zadatku prvo izlučimo Z.F. iz cijelog izraza, Z.F. = 2 . Pa tek tada rastavljamo trinom...

$$8.) \quad 6a^2 + 70ab + 44b^2 = 2 \cdot 3a^2 + 2 \cdot 35ab + 2 \cdot 22b^2 = 2 \cdot (3a^2 + 35ab + 22b^2) =$$

$$= 2 \cdot (3a^2 + 35ab + 22b^2) = \left. \begin{array}{l} A = 3 \\ B = 35 \\ C = 22 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = B \\ m \cdot n = A \cdot C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 35 \\ m \cdot n = 3 \cdot 22 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 35 \\ m \cdot n = 66 \end{array} \right\} \Rightarrow m = 33, n = 2$$

$$6a^2 + 70ab + 44b^2 = 2 \cdot (3a^2 + 35ab + 22b^2) = 2 \cdot (3a^2 + 33ab + 2ab + 22b^2) =$$

$$= 2 \cdot (3 \cdot a \cdot a + 3 \cdot 11 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot 11 \cdot b \cdot b) =$$

$$= 2 \cdot [3a \cdot (a + 11b) + 2b \cdot (a + 11b)] =$$

$$= 2 \cdot [3a \cdot (a + 11b) + 2b \cdot (a + 11b)] =$$

$$= 2 \cdot (a + 11b) \cdot (3a + 2b)$$

$$9.) \quad 15a^2 - 13ab + 2b^2 = \left. \begin{array}{l} A = 15 \\ B = -13 \\ C = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = B \\ m \cdot n = A \cdot C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -13 \\ m \cdot n = 15 \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -13 \\ m \cdot n = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow m = -10, n = -3$$

$$m = -10, n = -3$$

$$15a^2 - 13ab + 2b^2 = 15a^2 - 10ab - 3ab + 2b^2 =$$

$$= 5 \cdot 3 \cdot a \cdot a - 5 \cdot 2 \cdot a \cdot b - 3 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot b =$$

$$= 5a \cdot (3a - 2b) - b \cdot (3a - 2b) =$$

$$= 5a \cdot (3a - 2b) - b \cdot (3a - 2b) =$$

$$= (3a - 2b) \cdot (5a - b)$$

$$10.) \quad 2a^2 + 5ab - 25b^2 = \left. \begin{array}{l} A = 2 \\ B = 5 \\ C = -25 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = B \\ m \cdot n = A \cdot C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 5 \\ m \cdot n = 2 \cdot (-25) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = 5 \\ m \cdot n = -50 \end{array} \right\} \Rightarrow m = 10, n = -5$$

$$m = 10, n = -5$$

$$2a^2 + 5ab - 25b^2 = 2a^2 + 10ab - 5ab - 25b^2 =$$

$$= 2 \cdot a \cdot a + 2 \cdot 5 \cdot a \cdot b - 5 \cdot a \cdot b - 5 \cdot 5 \cdot b \cdot b =$$

$$= 2a \cdot (a + 5b) - 5b \cdot (a + 5b) =$$

$$= 2a \cdot (a + 5b) - 5b \cdot (a + 5b) =$$

$$= (a + 5b) \cdot (2a - 5b)$$

1.142.

$$1.) \quad (x^2 - x)^2 - 3(x^2 - x) + 2 = \left| \begin{array}{l} \text{uvedemo novu nepoznanicu} \\ t = (x^2 - x) \end{array} \right| = \text{pa dobijemo } = t^2 - 3t + 2 =$$

$$= t^2 - 3t + 2 = \left| \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 2 \end{array} \right| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -3 \\ m \cdot n = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow m = -2, n = -1$$

Pa imamo:

$$(x^2 - x)^2 - 3(x^2 - x) + 2 = \left| t = (x^2 - x) \right| = t^2 - 3t + 2 = \quad \rightarrow m = -2, n = -1$$

$$= t^2 - 2t - t + 2 =$$

$$= t \cdot (t - 2) - 1 \cdot (t - 2) =$$

$$= (t - 2) \cdot (t - 1) = \quad \rightarrow \text{sada vratimo } t = x^2 - x$$

$$= (x^2 - x - 2) \cdot (x^2 - x - 1) =$$

sada prvu zagradu rastavimo opet kao kvadratni trinom \downarrow

$$= (x^2 - 2x + x - 2) \cdot (x^2 - x - 1) =$$

$$= (x \cdot (x - 2) + 1 \cdot (x - 2)) \cdot (x^2 - x - 1) =$$

$$= ((x - 2) \cdot (x + 1)) \cdot (x^2 - x - 1) =$$

$$= (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x^2 - x - 1)$$

$$2.) \quad (x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = \left| \begin{array}{l} \text{uvedemo novu nepoznanicu} \\ t = x^2 - x \end{array} \right| = t^2 - 8t + 12 =$$

$$= t^2 - 8t + 12 = \left| \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 12 \end{array} \right| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = b \\ m \cdot n = a \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m+n = -8 \\ m \cdot n = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow m = -2, n = -6$$

pa imamo: $= t^2 - 2t - 6t + 12 = t \cdot t - 2 \cdot t - 6 \cdot t - 6 \cdot (-2) =$

$$= t \cdot (t - 2) - 6 \cdot (t - 2) =$$

$$= (t - 2) \cdot (t - 6) =$$

sada vratimo $t = x^2 - x$

$$= (x^2 - x - 2) \cdot (x^2 - x - 6) =$$

$$= (x^2 - 2x + 1x - 2) \cdot (x^2 - 3x + 2x - 6) = \left. \begin{array}{l} \text{i ponovimo postupak rastavljanja} \\ \text{na faktore kod trinoma...} \end{array} \right\}$$

$$= [x \cdot (x - 2) + 1 \cdot (x - 2)] \cdot [x \cdot (x - 3) + 2 \cdot (x - 3)] =$$

$$= (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2)$$