

**** IVANA SRAGA ****

UNIVERZALNA ZBIRKA
POTPUNO RIJEŠENIH ZADATAKA
PRIRUČNIK ZA SAMOSTALNO UČENJE

MATEMATIKA

6

1. polugodište

M.I.M.-SRAGA
 $\sqrt{\alpha}$

Autor:
IVANA SRAGA

Grafički urednik:
Mladen Sraga

BESPLATNA - WEB-VARIJANTA

Tisak:
M.I.M.-SRAGA d.o.o.

CIP-Katalogizacija u publikaciji Nacionalna i sveučilišna knjižnica, Zagreb

© M.I.M-Sraga d.o.o.

Potpunu garanciju na kompletnu zbirku daje: centar za dopisnu poduku M.I.M.-SRAGA -dakle sve što vam se čini nejasno krivo ili sumnjivo - zovite **01-4578-431** ili **01-4579-130**

i tražite dodatne upute i objašnjenja ...

Dodatne upute i objašnjenja možete zatražiti i na mail: mim-sraga@zg.htnet.hr

Ovo je jako skraćena varijanta naše zbirke ... samo oglednih 20-stranica

M.I.M.-SRAGA d.o.o. zadržava sva prava na reproduciranje , umnažanje , prodaju ove zbirke potpuno riješenih zadataka isključivo u okviru svog programa poduke i dopisne poduke.

Nikakva komercijalna upotreba ove zbirke nije dozvoljena bez pismene dozvole nakladnika !

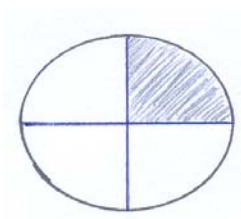
ZADACI

I. RAZLOMCI

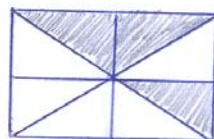
1. Ponavljanje

1. Koji razlomak naznačuje: a) obojen
b) neobojeni dio

1.



5.



5. Sljedeće razlomke skрати do kraja:

a) $\frac{4}{16}$

h) $\frac{5 \cdot 12 \cdot 4}{16 \cdot 6 \cdot 25}$

13. Riješi jednađžbe:

a) $\frac{12}{7} - \frac{x}{7} = \frac{4}{7}$

2. Svođenje razlomaka na zajednički nazivnik

2. Svedi na najmanji zajednički nazivnik sljedeće razlomke:

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{4}$

i) 2 i $\frac{2}{3}$

4. Brojevni pravac

2. Prikaži na brojevnom pravcu ove razlomke:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 2, \frac{7}{4}$$

Jedinična dužina $|OE| = 4 \text{ cm}$

5. Zbrajanje i oduzimanje razlomaka

9. Izračunaj:

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{2}{5} + \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{5}\right)$

6. Množenje razlomaka

5. Izračunaj:

a) $3\frac{1}{9} \cdot 5$

b) $2\frac{4}{7} \cdot 2$

17. Koliko je:

a) $\frac{5}{12}$ od $\frac{3}{10}$

22. Zbroj razlomaka $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{3}$ pomnoži njihovom razlikom.

8. Dijeljenje razlomaka

1. Izračunaj:

a) $\frac{2}{5}:5$

b) $\frac{1}{7}:8$

6. Izračunaj:

f) $\left(\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : 7\frac{1}{2}$

8. Tina je u trgovini kupila $3\frac{3}{4}$ kg slatkiša i podijelila ih u 4 vrećice jednakih težina.
Koliko je slatkiša u pojedinoj vrećici?

9. Rješavanje problema s pomoću jednadžbi

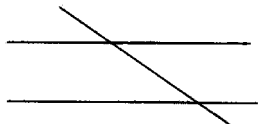
9. $\frac{8}{5}$ nepoznatog broja jest $\frac{24}{25}$. Koji je to broj?

II. TROKUT

1. Kutevi uz presječnicu usporednih pravaca

1. Označi jednake kuteve istim grčkim slovima.

a)



5. Zbroj veličina unutarnjih kuteva u trokutu

1. Izračunaj veličinu trećeg kuta ako su zadane veličine dvaju kuta trokuta.

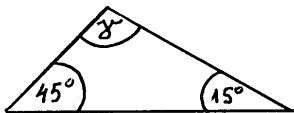
a) $\alpha = 60^\circ$

$\beta = 80^\circ$

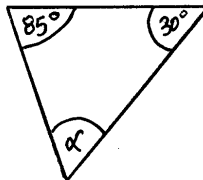
$\gamma = ?$

3. Izračunaj veličinu trećeg kuta ako su zadane veličine dvaju kuta trokuta.

a)



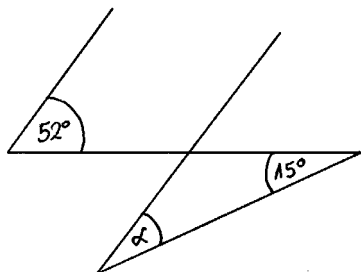
b)



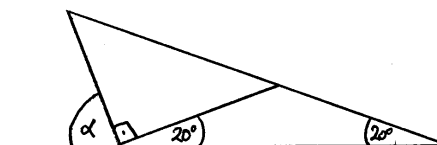
6. Vanjski kutevi trokuta

4. Odredi veličine nepoznatih kuteva sa slike

a)



g)



5. Izračunaj površinu trokuta zadane duljine osnovice i pripadajuće visine:

a) $a = 12 \text{ cm}$ $v_a = 16 \text{ cm}$

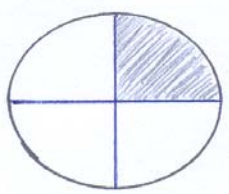
RJEŠENJA S POSTUPKOM

I. RAZLOMCI

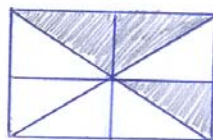
1. Ponavljanje

1. Koji razlomak naznačuje: a) obojen
b) neobojeni dio

1.



5.



Rj.

Pravilo: Razlomkom se može izraziti iznos dijela neke cjeline. Nazivnik razlomka određuje o kojem je dijelu riječ, dok njegov brojnik određuje koliko je tih dijelova.

a) Obojen

Slika 1. Krug je podijeljen na 4 jednaka dijela (četvrtine), a obojen je 1 dio, zato je iznos obojenog dijela izražen razlomkom $\frac{1}{4}$ (jedna četvrtina).

Slika 5. Pravokutnik je podijeljen na 8 jednakih dijelova (osmine), a obojena su 3 dijela, zato je iznos obojenog dijela izražen razlomkom $\frac{3}{8}$ (tri osmine).

5. Sljedeće razlomke skрати do kraja:

a) $\frac{4}{16}$

h) $\frac{5 \cdot 12 \cdot 4}{16 \cdot 6 \cdot 25}$

Rj.

I način

$$a) \frac{4}{16} = \frac{4:2}{16:2} = \frac{2}{8} = \frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$$

II način

$$\frac{4}{16} = \frac{\cancel{4} \cdot 1}{\cancel{4} \cdot 4} = \frac{1}{4}$$

I način

$$h) \frac{5 \cdot \cancel{2}^2 \cdot 4}{16 \cdot \cancel{6}_1 \cdot 25} = \frac{5 \cdot 2 \cdot \cancel{4}}{4 \cdot \cancel{4} \cdot 25} = \frac{5 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 25} = \frac{\cancel{5}}{2 \cdot 5 \cdot \cancel{5}} = \frac{1}{10}$$

ili kraće

$$\frac{\cancel{5}^1 \cdot \cancel{2}^2 \cdot \cancel{4}^1}{\cancel{16}_4 \cdot \cancel{6}_1 \cdot \cancel{25}_5} = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{2} \cdot 5} = \frac{1}{10}$$

13. Riješi jednačbe:

$$a) \frac{12}{7} - \frac{x}{7} = \frac{4}{7}$$

Rj.

$$a) \frac{12}{7} - \frac{x}{7} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{12}{7} - \frac{4}{7} = \frac{x}{7} \quad \Rightarrow \quad 12 - 4 = x$$

$$x = 8$$

2. Svođenje razlomaka na zajednički nazivnik

2. Svedi na najmanji zajednički nazivnik sljedeće razlomke:

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{4}$

i) 2 i $\frac{2}{3}$

Rj.

PRAVILO:

Postupak svođenja razlomaka na najmanji zajednički nazivnik:

1. Odredimo najmanji zajednički nazivnik zadanih razlomaka, to je najmanji zajednički višekratnik njihovih nazivnika.
2. Za svaki zadani razlomak odredimo faktor kojim ćemo ga proširiti.
3. Proširimo svaki razlomak tako da imaju jednake nazivnike.

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \\ \frac{2 \cdot 4}{12} \\ \frac{8}{12} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{1}{4} \\ \frac{1 \cdot 3}{12} \\ \frac{3}{12} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \quad V(3,4) = 3 \cdot 4 = 12$$

i) 2 i $\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \frac{2 \cdot 6}{6} \\ \frac{12}{6} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{2}{3} \\ \frac{2 \cdot 2}{6} \\ \frac{4}{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \quad V(2,3) = 2 \cdot 3 = 6$$

4. Brojevni pravac

2. Prikaži na brojevnom pravcu ove razlomke:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 2, \frac{7}{4}$$

Jedinična dužina $|OE| = 4 \text{ cm}$

Rj.

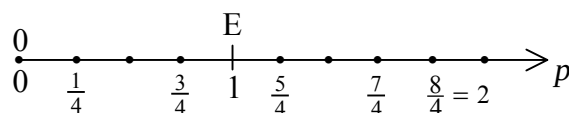
Postupak smještanja razlomka na brojevni pravac:

1. Odredimo jediničnu dužinu
2. Najbolje je jediničnu dužinu podijeliti na onoliko jednakih dijelova koliki je zajednički nazivnik zadanih razlomaka i odrediti dio koji odgovara nazivniku razlomka.
3. Taj dio naneseemo onoliko puta koliki je brojnik razlomka, počevši od nule.

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 2, \frac{7}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$2 = \frac{8}{4}$$



5. Zbrajanje i oduzimanje razlomaka

9. Izračunaj:

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{2}{5} + \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{5}\right)$

Rj.

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2}\right) &= \left(\frac{3 \cdot 3}{12} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{1 \cdot 3}{6}\right) = \left(\frac{9}{12} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{6}\right) = \\ &= \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{12}^6} + \frac{8}{6} = \frac{5}{6} + \frac{8}{6} = \frac{5+8}{6} = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c} 4 & 12 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad V(4,12) = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\begin{array}{c|c} 6 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \quad V(6,2) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{2}{5} + \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{5}\right) &= \frac{2}{5} + \left(\frac{7}{10} - \frac{3 \cdot 2}{10}\right) = \frac{2}{5} + \left(\frac{7}{10} - \frac{6}{10}\right) = \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2 \cdot 2}{10} + \frac{1}{10} = \\ &= \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{10}_2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c} 10 & 5 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \quad V(10,5) = 5 \cdot 2 = 10$$

6. Množenje razlomaka

PRAVILO: $\frac{a}{b} \cdot 0 = 0$, gdje je $b \neq 0$

Razlomak $\frac{a}{b}$ množimo prirodnim brojem tako da brojnik pomnožimo prirodnim brojem, a nazivnik prepisemo

$$n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b}, \text{ gdje je } b \neq 0$$

5. Izračunaj:

a) $3\frac{1}{9} \cdot 5$

b) $2\frac{4}{7} \cdot 2$

Rj.

$$\text{a) } 3\frac{1}{9} \cdot 5 = \frac{9 \cdot 3 + 1}{9} \cdot 5 = \frac{28}{9} \cdot 5 = \frac{28 \cdot 5}{9} = \frac{140}{9} = 15\frac{5}{9}$$

$$\text{b) } 2\frac{4}{7} \cdot 2 = \frac{7 \cdot 2 + 4}{7} \cdot 2 = \frac{18}{7} \cdot 2 = \frac{18 \cdot 2}{7} = \frac{36}{7}$$

17. Koliko je:

a) $\frac{5}{12}$ od $\frac{3}{10}$

Rj.

$$\text{a) } \frac{5}{12} \text{ od } \frac{3}{10} = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{10} = \frac{\cancel{5}^1 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{12}_4 \cdot \cancel{10}_2} = \frac{1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

22. Zbroj razlomaka $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{3}$ pomnoži njihovom razlikom.

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) &= \left(\frac{3 \cdot 3}{12} + \frac{2 \cdot 4}{12}\right) \cdot \left(\frac{3 \cdot 3}{12} - \frac{2 \cdot 4}{12}\right) = \left(\frac{9}{12} + \frac{8}{12}\right) \cdot \left(\frac{9}{12} - \frac{8}{12}\right) = \\ &= \frac{17}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{17}{12 \cdot 12} = \frac{17}{144}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \quad V(4,3) = 4 \cdot 3 = 12$$

8. Dijeljenje razlomaka

PRAVILO:

Razlomak dijelimo prirodnim brojem tako da ga pomnožimo s recipročnim brojem tog prirodnog broja.

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{n} \quad \text{gdje su } a, b \text{ i } n \text{ prirodni brojevi.}$$

1. Izračunaj:

a) $\frac{2}{5} : 5$

b) $\frac{1}{7} : 8$

a) $\frac{2}{5} : 5 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5 \cdot 5} = \frac{2}{25}$

b) $\frac{1}{7} : 8 = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{7 \cdot 8} = \frac{1}{56}$

6. Izračunaj:

$$f) \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) : 7\frac{1}{2}$$

Rj.

$$\begin{aligned} f) \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) : 7\frac{1}{2} &= \left(\frac{3}{8} + \frac{3 \cdot 2}{8} - \frac{1 \cdot 4}{8} \right) : \frac{2 \cdot 7 + 1}{2} = \left(\frac{3}{8} + \frac{6}{8} - \frac{4}{8} \right) : \frac{15}{2} = \\ &= \frac{5}{8} : \frac{15}{2} = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{15} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 8 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \quad V(8,4,2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

8. Tina je u trgovini kupila $3\frac{3}{4}$ kg slatkiša i podijelila ih u 4 vrećice jednakih težina.

Koliko je slatkiša u pojedinoj vrećici?

$$3\frac{3}{4} : 4 = \frac{4 \cdot 3 + 3}{4} : 4 = \frac{15}{4} : 4 = \frac{15}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{15}{16}$$

U pojedinoj vrećici je $\frac{15}{16}$ kilograma slatkiša.

9. Rješavanje problema s pomoću jednadžbi

Pravila koja koristimo prilikom rješavanja	
x = nepoznati broj a i b su zadani brojevi	
1) $x + a = b$ $x = b - a$	4) $x \cdot a = b$ ili $a \cdot x = b$ $x = b : a$
2) $x - a = b$ $x = b + a$	5) $x : a = b$ $x = b \cdot a$
3) $a - x = b$ $x = a - b$	6) $a : x = b$ $x = a : b$

9. $\frac{8}{5}$ nepoznatog broja jest $\frac{24}{25}$. Koji je to broj?

Rj.

$$\frac{8}{5} \text{ od } x = \frac{24}{25}$$

$$\frac{8}{5} \cdot x = \frac{24}{25}$$

$$x = \frac{24}{25} : \frac{8}{5}$$

$$x = \frac{24}{25} \cdot \frac{5}{8}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

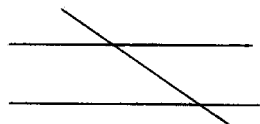
To je broj $\frac{3}{5}$.

II. TROKUT

1. Kutevi uz presječnicu usporednih pravaca

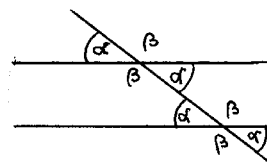
1. Označi jednake kuteve istim grčkim slovima.

a)



Rj.

a)



5. Zbroj veličina unutarnjih kuteva u trokutu

PRAVILO

Zbroj veličina unutarnjih kuteva u trokutu iznosi 180° .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Podsjetimo se:

$1^\circ = 60'$	$180^\circ = 179^\circ 60'$
	$180^\circ = 179^\circ 59' 60''$

1. Izračunaj veličinu trećeg kuta ako su zadane veličine dvaju kuta trokuta.

a) $\alpha = 60^\circ$

$\beta = 80^\circ$

$\gamma = ?$

Rj.

a) $\alpha = 60^\circ$

$\beta = 80^\circ$

$\gamma = ?$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$60^\circ + 80^\circ + \gamma = 180^\circ$$

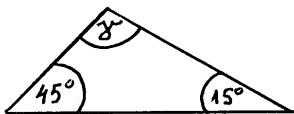
$$140^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 140^\circ$$

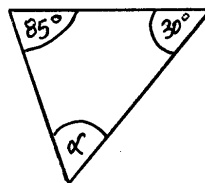
$$\gamma = 40^\circ$$

3. Izračunaj veličinu trećeg kuta ako su zadane veličine dvaju kuta trokuta.

a)



b)



Rj.

a) $\alpha = 45^\circ$

$\beta = 15^\circ$

$\gamma = ?$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$45^\circ + 15^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$60^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 60^\circ$$

$$\gamma = 120^\circ$$

b) $\beta = 30^\circ$

$\gamma = 85^\circ$

$\alpha = ?$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + 30^\circ + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + 115^\circ = 180^\circ$$

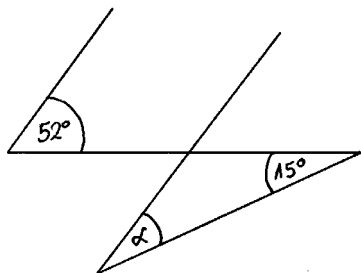
$$\alpha = 180^\circ - 115^\circ$$

$$\alpha = 65^\circ$$

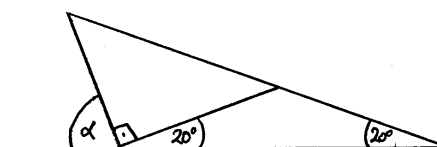
6. Vanjski kutevi trokuta

4. Odredi veličine nepoznatih kuteva sa slike

a)

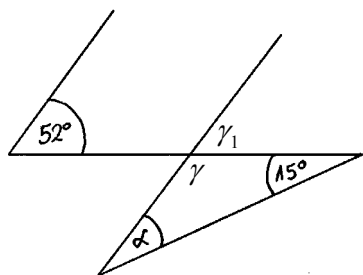


g)



Rj.

a)



$$\delta = \gamma_1$$

$$\gamma = 52^\circ \text{ (kutevi uz presječnicu su jednaki)}$$

$$\beta = 15^\circ$$

$$\gamma_1 + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\delta = 52^\circ$$

$$\gamma \Rightarrow 180^\circ - \gamma_1$$

$$\alpha + 15^\circ + 128^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha = ?$$

$$\gamma = 180^\circ - 52^\circ$$

$$\alpha + 143^\circ = 180^\circ$$

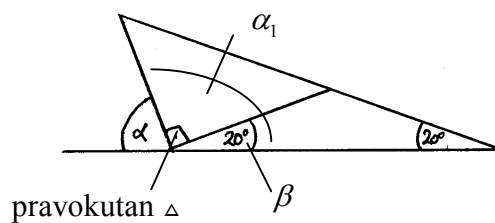
$$\gamma = ?$$

$$\gamma = 128^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 143^\circ$$

$$\alpha = 37^\circ$$

g)

pravokutan $\triangle$

$$\beta = 20^\circ$$

$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$\alpha_1 = ?$$

$$\alpha = 180^\circ - \alpha_1$$

$$\alpha = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\alpha_1 = 90^\circ + \beta$$

$$\alpha = 70^\circ$$

$$\alpha_1 = 90^\circ + 20^\circ$$

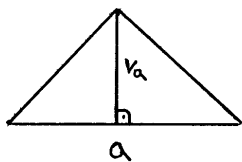
$$\alpha_1 = 110^\circ$$

5. Izračunaj površinu trokuta zadane duljine osnovice i pripadajuće visine:

a) $a = 12 \text{ cm}$

$$v_a = 16 \text{ cm}$$

Rj.



$$P = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

a) $a = 12 \text{ cm}$

$$v_a = 16 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$P = \frac{12 \text{ cm} \cdot \cancel{16}^8 \text{ cm}}{\cancel{2}_1} = 12 \cdot 8 \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2$$

Sve dodatne informacije i narudžbe na:

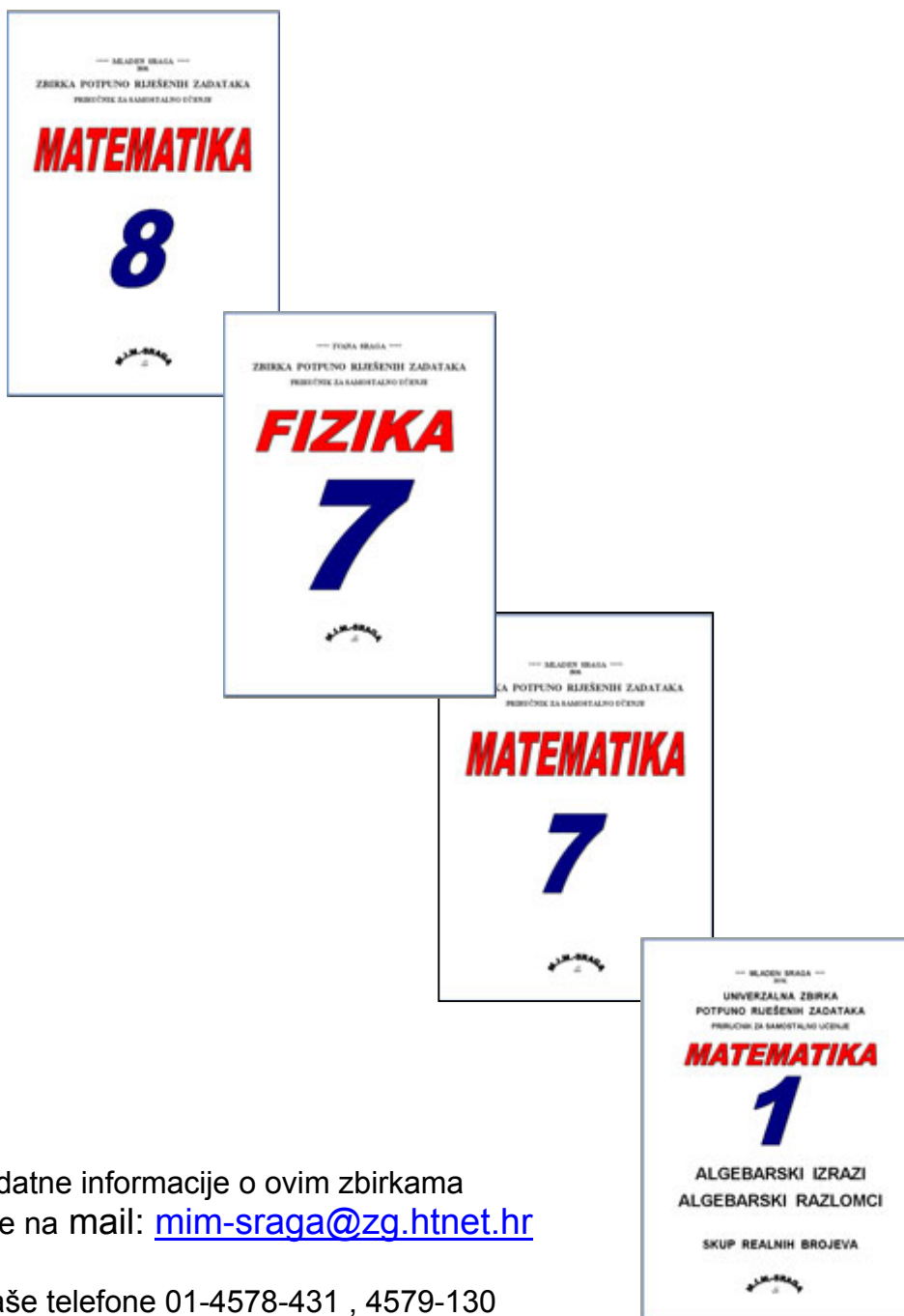
01-4578-431

ili

098-237-534

ili na mail: mim-sraga@zg.htnet.hr

iz naše ponude izdvajamo:



Sve dodatne informacije o ovim zbirkama

zatražite na mail: mim-sraga@zg.htnet.hr

ili na naše telefone 01-4578-431 , 4579-130

